CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza
MMAP-R0-**100**-2605

DATA: **11 maja 2026 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

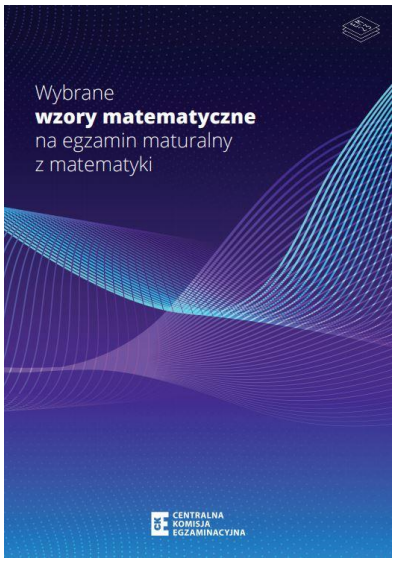
Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu/pióra z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki są umieszczone na marginesie przy każdym zadaniu.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, z cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

1.

0–1–2

Zadanie 1. (0–2)

Oblicz granicę

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\binom{n+2}{n-1}}{\frac{1}{2}n^3-4n+7}$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 2. (0–3)

Ze zbioru ośmiu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy bez zwracania osiem razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby ustawiamy w ciąg zgodnie z kolejnością losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowane liczby utworzą ciąg, w którym iloczyn każdych trzech kolejnych wyrazów będzie liczbą podzielną przez 3. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.
Zapisz obliczenia.

2.
0–1–2–3

3.
0–1–2–3

Zadanie 3. (0–3)

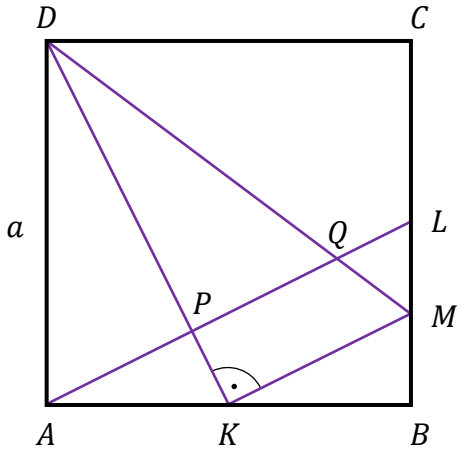
Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x i dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \leq \frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}$$

Zadanie 4. (0–3)

Punkty K i L są środkami – odpowiednio – boków AB i BC kwadratu $ABCD$ o boku długości a. Punkt M jest takim punktem na boku BC, że odcinki DK i KM są prostopadłe.

Odcinek AL przecina odcinki DK oraz DM w punktach – odpowiednio – P oraz Q (zobacz rysunek).



4.
0–1–2–3

Wykaż, że $|PQ| = \frac{\sqrt{5}}{5}a$.

5.
0–1–2–3–4

Zadanie 5. (0–4)

Rozwiąż nierówność

$$|2x-6|-\left|x^2-9\right|<0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 6. (0–4)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o skończonej liczbie wyrazów. Liczba wyrazów tego ciągu jest większa od 6. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 1, a ostatni wyraz tego ciągu jest równy (-2025). Drugi, trzeci i szósty wyraz tego ciągu tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny.

6.
0–1–2–3–4

Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (a_n). Zapisz obliczenia.

7.
0–1–2–3–4

Zadanie 7. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\sin(6x) - 2\sin(2x) = 0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem równobocznym. Długość okręgu opisanego na podstawie ABC jest równa $6\sqrt{2}\pi$, a cosinus kąta między krawędziami bocznymi SB i SC jest równy $\frac{5}{9}$.

8.
0–1–2–3–4

Oblicz długość krawędzi podstawy ABC oraz cosinus kąta między ścianami bocznymi SAC i SBC tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 9. (0–5)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (1, -1)$ oraz $B = (4, 0)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, w którym $|CA| = |CB|$. Jedno z ramion trójkąta ABC zawiera się w prostej o równaniu $x + 2y - 4 = 0$. Na boku AC tego trójkąta obrano taki punkt M, że $|AM| : |MC| = 1 : 4$.

9.
0–1–2–3–4–5

Wyznacz równanie okręgu, który ma środek w punkcie M i przechodzi przez punkt C. Zapisz obliczenia.

10.

0–1–2–3–4–5

Zadanie 10. (0–5)

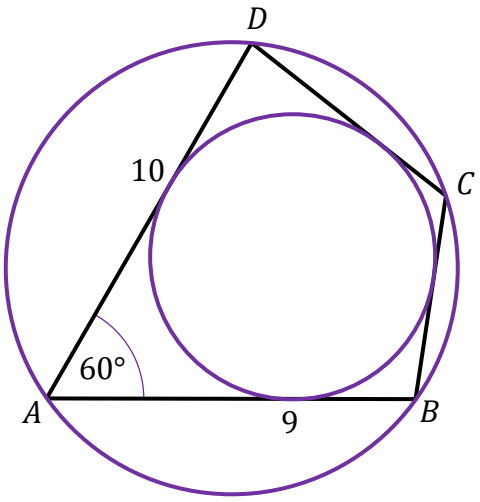
Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m, gdzie $m \neq 0$, dla których funkcja kwadratowa f określona wzorem

$$f(x) = m^2 \cdot x^2 - 2mx - m + 1$$

ma dwa różne miejsca zerowe x_1 oraz x_2 należące do przedziału $(-2, 2)$.
Zapisz obliczenia.

Zadanie 11. (0–6)

W czworokącie $ABCD$ są dane: $|AB| = 9$, $|AD| = 10$ oraz $|\sphericalangle BAD| = 60°$.
W ten czworokąt wpisano okrąg oraz na tym czworokącie opisano okrąg (zobacz rysunek).

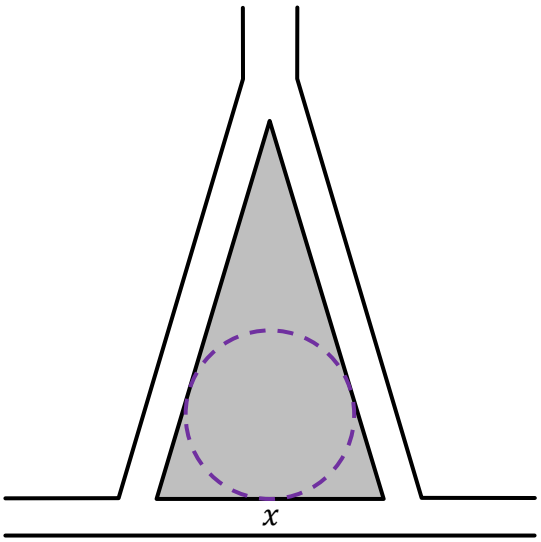


11.
0–1–2–3–4–5–6

Oblicz długości boków BC i CD <u>oraz</u> pole czworokąta $ABCD$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.

W projekcie ogrodu zaplanowano kwietnik w kształcie trójkąta równoramiennego o podstawie długości x metrów nieprzekraczającej 10 metrów. Na tym kwietniku ma znajdować się fontanna w kształcie koła o średnicy 4 metrów, które ma być styczne do każdego z boków trójkątnego kwietnika (zobacz rysunek). Projektantowi zależy, aby przy tak ustalonej wielkości fontanny pole tego kwietnika było najmniejsze.



12.1.
0–1–2–3

Zadanie 12.1. (0–3)

Wykaż, że pole P (wyrażone w metrach kwadratowych) trójkątnego kwietnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

Zadanie 12.2. (0–4)

Pole P trójkątnego kwietnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

dla każdego $x \in (4, 10]$.

12.2.
0–1–2–3–4

Wyznacz długość x podstawy trójkątnego kwietnika, dla której pole tego kwietnika jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole. Zapisz obliczenia.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023