

Zadanie 1. (0–2)

Ładunek elektryczny zgromadzony w kondensatorze można opisać zależnością

$$Q(t) = Q_0 \cdot \beta^{-t} \quad \text{dla} \quad t \geq 0$$

gdzie:

Q_0 – ładunek elektryczny zgromadzony w kondensatorze w chwili początkowej ($t = 0$)
wyrażony w milikulombach

Q – ładunek elektryczny zgromadzony w kondensatorze w chwili t (licząc od chwili początkowej) wyrażony w milikulombach

β – stała dodatnia

t – czas wyrażony w sekundach.

Wiadomo, że w chwili $t = 4 \text{ s}$ w kondensatorze był zgromadzony ładunek 2 milikulombów, a w chwili $t = 6 \text{ s}$ – ładunek 18 milikulombów.

1.

0-1-2

Oblicz, ile milikulombów ładunku było zgromadzone w tym kondensatorze w chwili $t = 5$ s. Zapisz obliczenia.

[illegible]

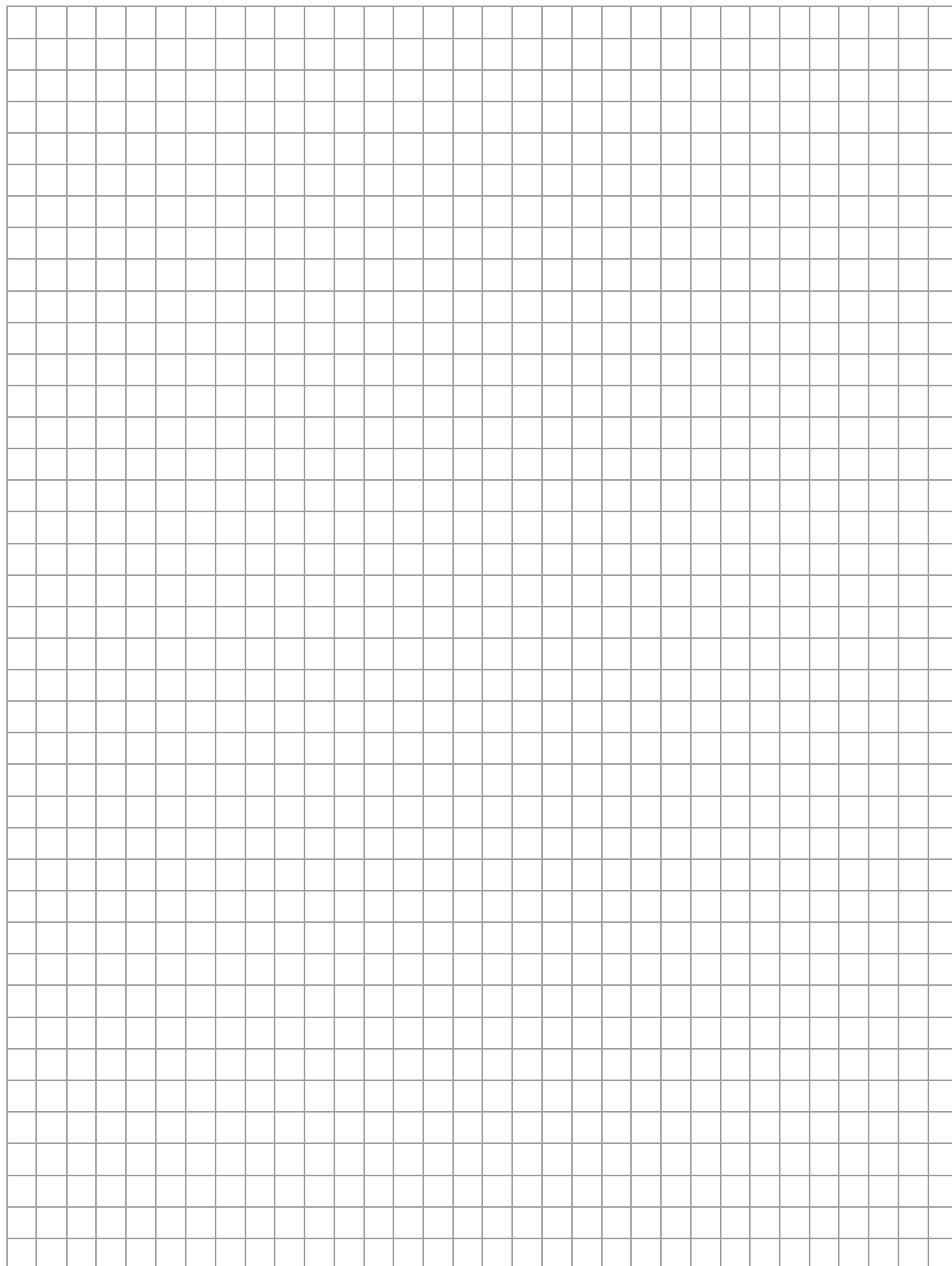
Zadanie 2. (0–2)

Okrąg $\mathcal{O}$ jest styczny do boków AC i BC trójkąta ABC oraz przecina bok AB tego trójkąta w punktach M oraz N , przy czym $0 < |AM| < |AN| < |AB|$.

Wykaż, że jeśli $|AM| = |BN|$, to trójkąt ABC jest równoramienny.

2.

0–1–2



Zadanie 3. (0–3)

Iloczyn długości średnicy podstawy walca i wysokości walca jest równy $12\sqrt{3}$.

Pole powierzchni całkowitej tego walca jest równe $12\pi(\sqrt{3} + 1)$.

3.

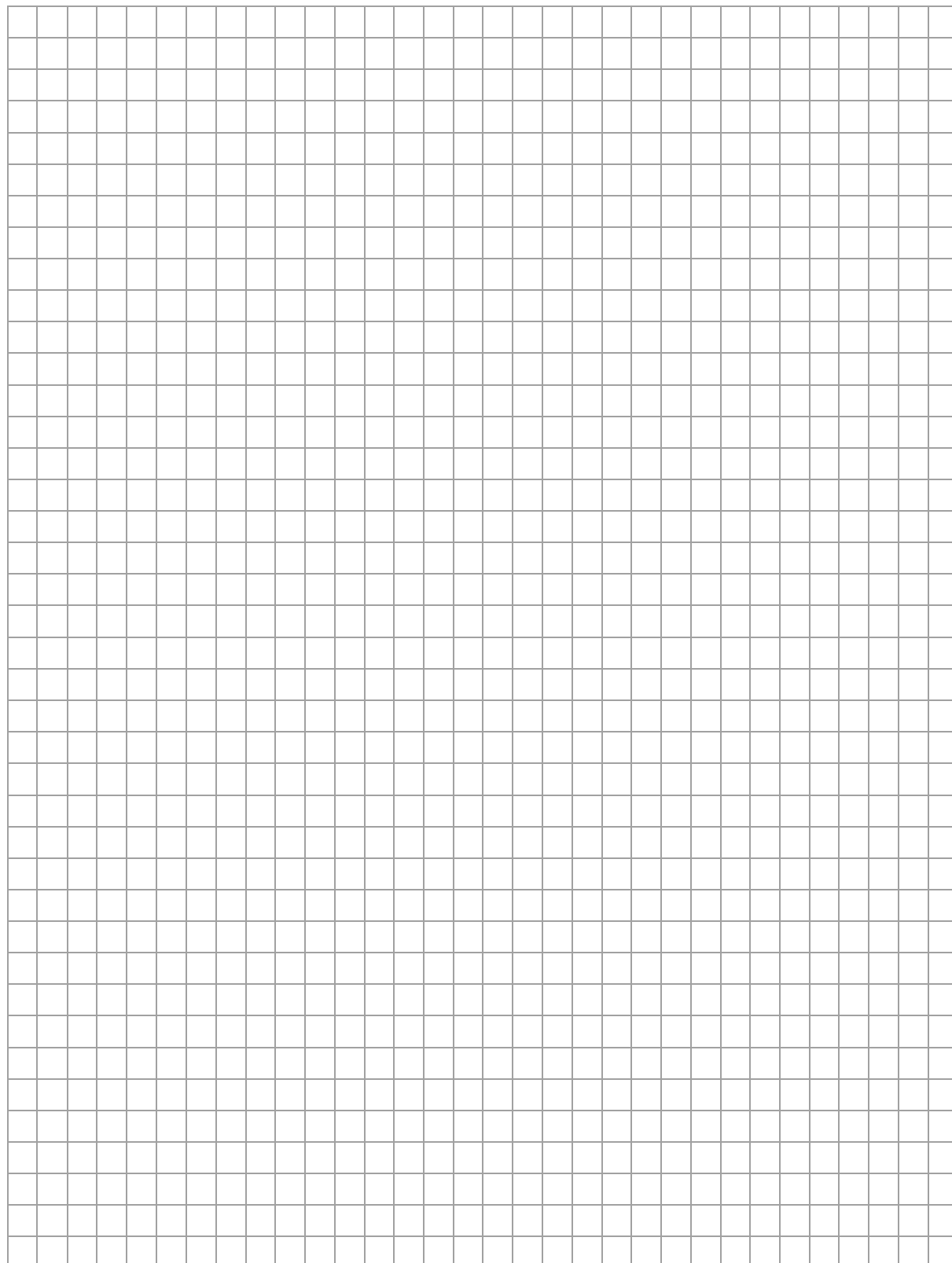
0–1–

2–3

Oblicz objętość tego walca. Zapisz obliczenia.

Zadanie 4. (0–3)**Wykaż, że**

$$\frac{1}{\log_2 35 + 1} + \frac{1}{\log_7 140 - \log_7 2} + \frac{1}{\log_5 7 + \log_5 2 + 1} = 1$$

4.**0–1–
2–3**

Zadanie 5. (0–3)

Spośród członków tej społeczności wybieramy losowo jedną osobę.

5.	0-1- 2-3

[illegible]

0-1-
2-3-4

Rozwiąż równanie

Zapisz obliczenia.

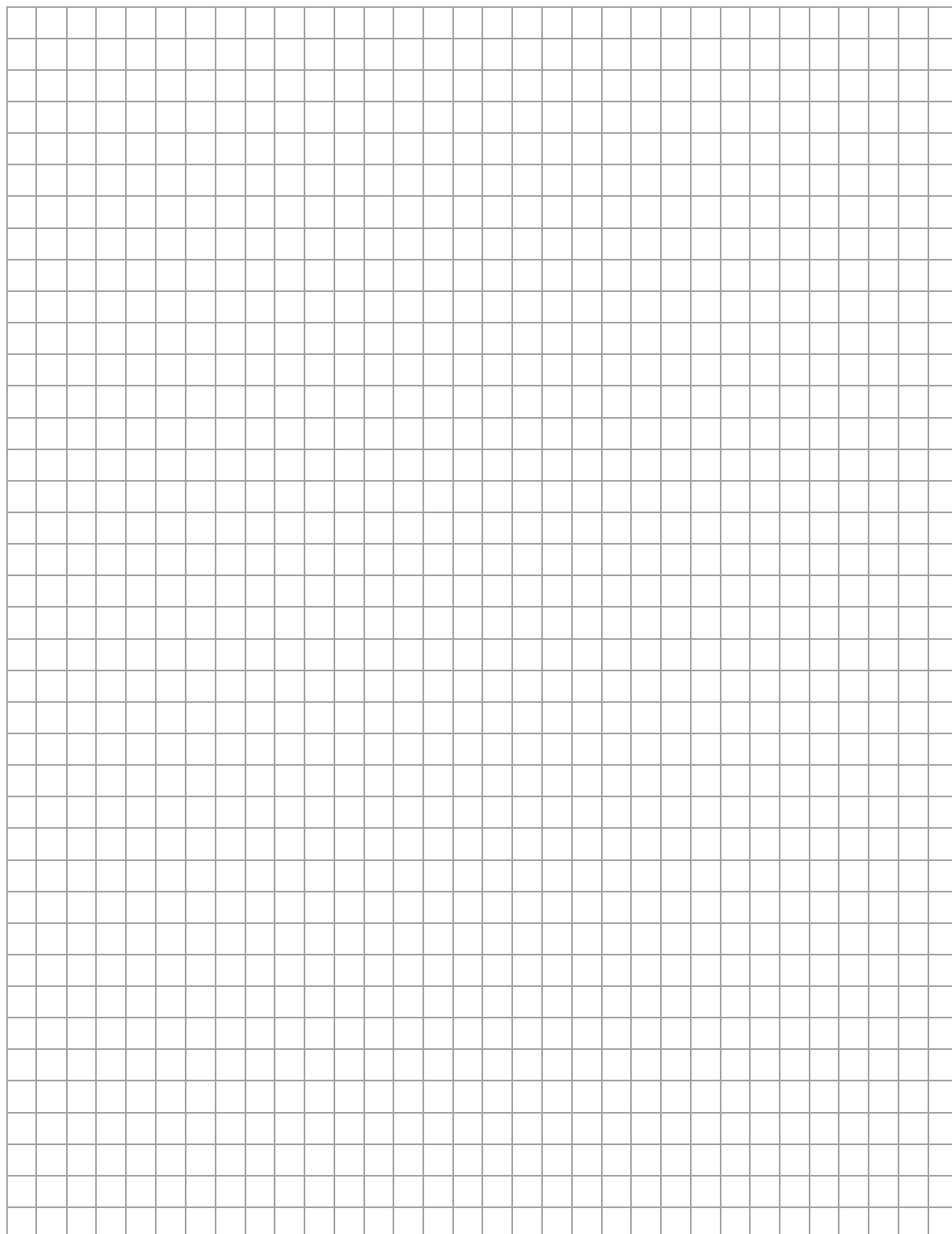


Zadanie 7. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są:

okrąg o równaniu $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 50$ i punkty $A = (6, 4)$ oraz $B = (-6, 8)$.

Punkt C leży na tym okręgu i $|AC| = |BC|$.

7.0–1–
2–3–4**Oblicz współrzędne punktu C . Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia.**

0-1-
2-3-4

Oblicz granicę

Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+3+5+7+\dots+(2n+1)}{\binom{n}{2}}$$

gdzie $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n + 1)$ jest sumą kolejnych liczb naturalnych nieparzystych. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

0-1-
2-3-4

Rozwiąż równanie

w zbiorze $[-\pi, 2\pi]$. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 10. (0–5)

Trzeci i piąty wyraz malejącego ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, spełniają warunek $a_3 + a_5 = 10$.

Trzywyrazowy ciąg $(2a_1 + 4, a_4 - 1, -\frac{1}{8}a_7)$ jest geometryczny.

10.
0-1-
2-3-
4-5

Oblicz wyrazy tego ciągu geometrycznego. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 11. (0–5)

Funkcja kwadratowa f zmiennej rzeczywistej x jest określona wzorem

$$f(x) = x^2 - 3x - m^2 + m + 3$$

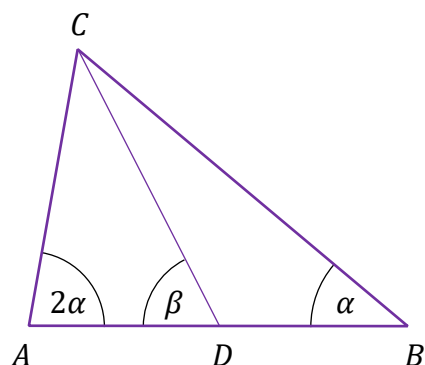
11.	0-1- 2-3- 4-5

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja f ma dwa różne miejsca zerowe x_1, x_2 spełniające warunek $|x_1^2 - x_2^2| \leq 12$. Zapisz obliczenia.

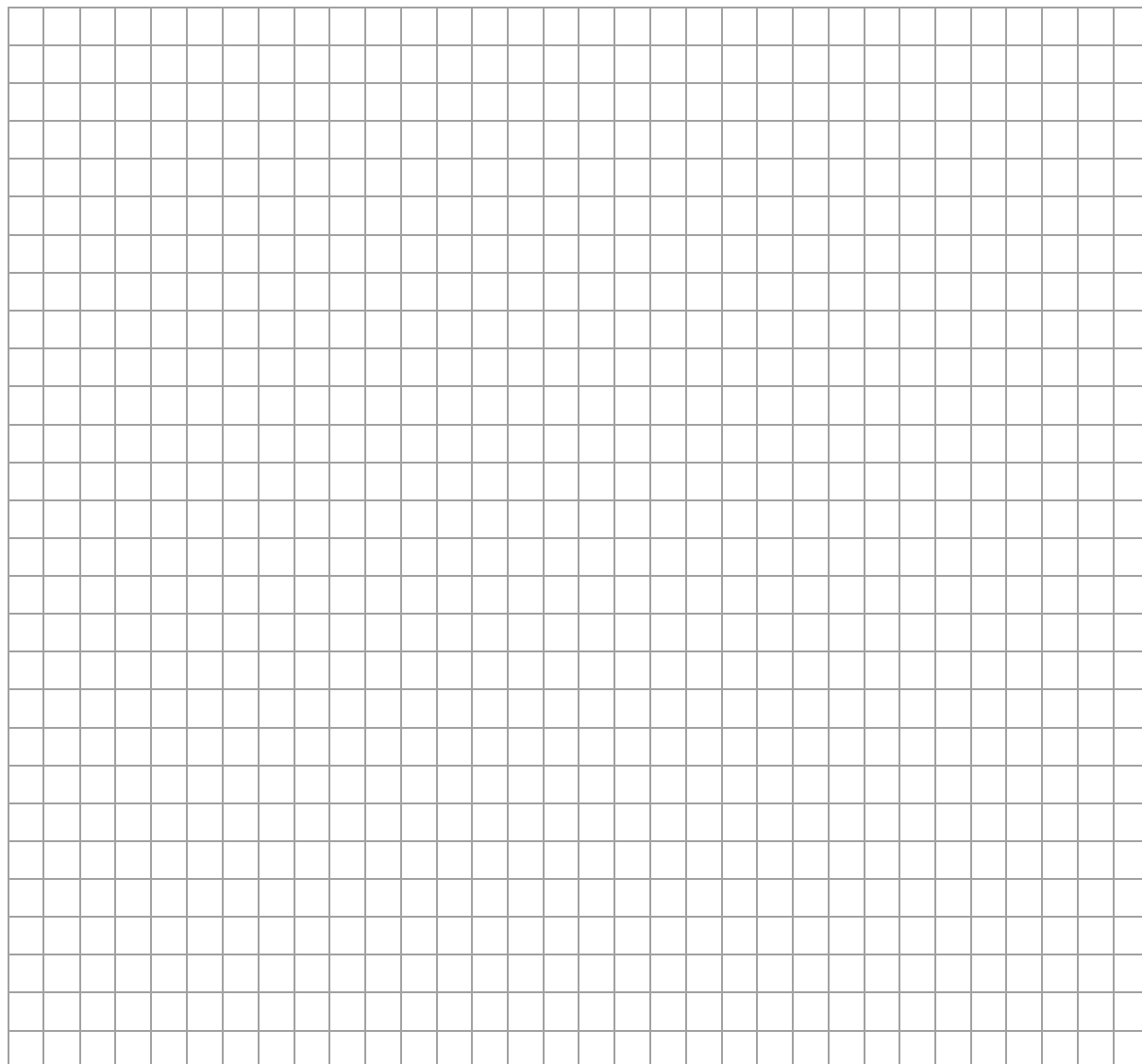
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Zadanie 12. (0–5)

W trójkącie ostrokątnym ABC miara kąta BAC jest dwa razy większa od miary kąta ABC . Punkt D jest środkiem boku AB . Niech α oznacza miarę kąta ABC , natomiast β – miarę kąta ADC (zobacz rysunek).

**12.**0–1–
2–3–
4–5

Oblicz $\frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin(2\alpha)}$. Zapisz obliczenia.



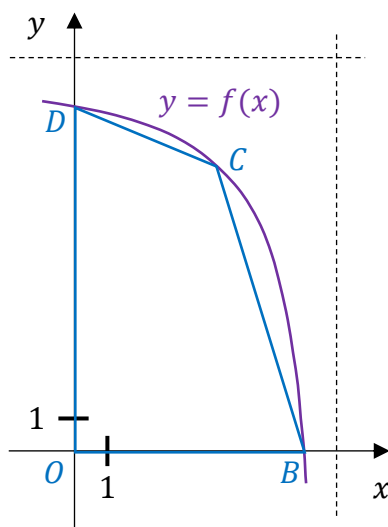
Zadanie 13.

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{12x-84}{x-8}$ dla każdego $x \in (-\infty, 8)$.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) rozważamy wszystkie czworokąty $OBCD$, w których:

- wierzchołek O ma współrzędne $(0, 0)$
- wierzchołki B oraz D są punktami przecięcia wykresu funkcji f z osią – odpowiednio – Ox i Oy
- wierzchołek C ma obie współrzędne dodatnie i leży na wykresie funkcji f

(zobacz rysunek).

**Zadanie 13.1. (0–2)**

Wykaż, że pole P czworokąta $OBCD$ w zależności od pierwszej współrzędnej x punktu C jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{21}{4} \cdot \frac{x^2 - 56}{x - 8}$$

13.1.

0–1–2



Zadanie 13.2. (0–4)

Pole P czworokąta $OBOD$ w zależności od pierwszej współrzędnej x punktu C jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{21}{4} \cdot \frac{x^2 - 56}{x - 8}$$

dla $x \in (0, 7)$.

Oblicz współrzędne wierzchołka C , dla których pole czworokąta $OBOD$ jest największe. Zapisz obliczenia.

13.2.0–1–
2–3–4

--