

0-1-2

### Oblicz

$$\frac{\log_3 5 \cdot \log_{25} 27}{\log_7 \sqrt[6]{49}}$$

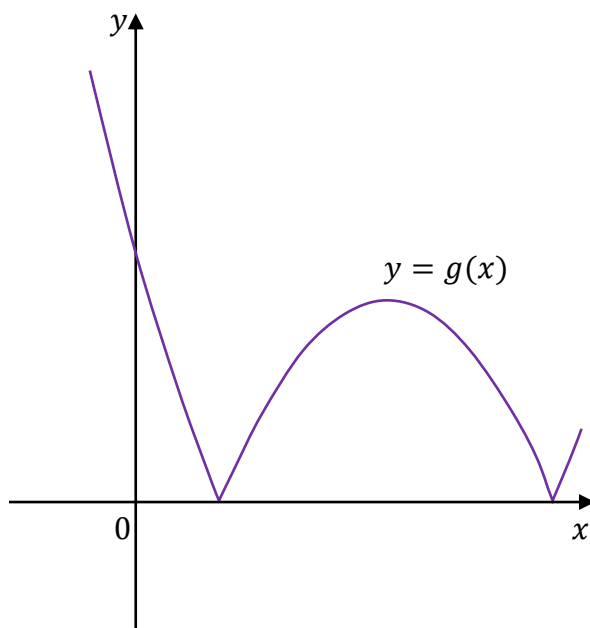
**Zapisz obliczenia.**



**Zadanie 2.**

Funkcja  $g$  jest określona wzorem  $g(x) = \left| -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 5 \right|$  dla każdego  $x \in \mathbb{R}$ .

Fragment wykresu funkcji  $g$  w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono na rysunku (jednostki pominięto).

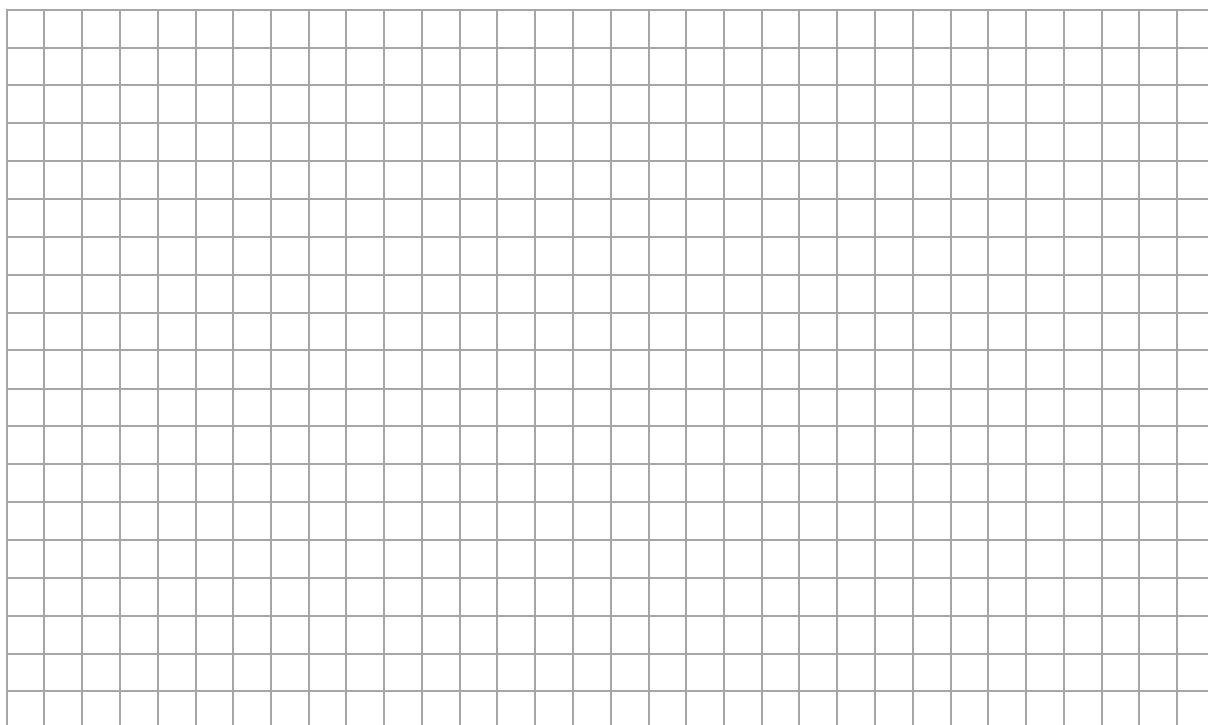
**Zadanie 2.1. (0–2)**

Wyznacz zbiór wszystkich wartości, jakie funkcja  $g$  przyjmuje w przedziale  $[9, 11]$ .

Zapisz obliczenia.

**2.1.**

0–1–2

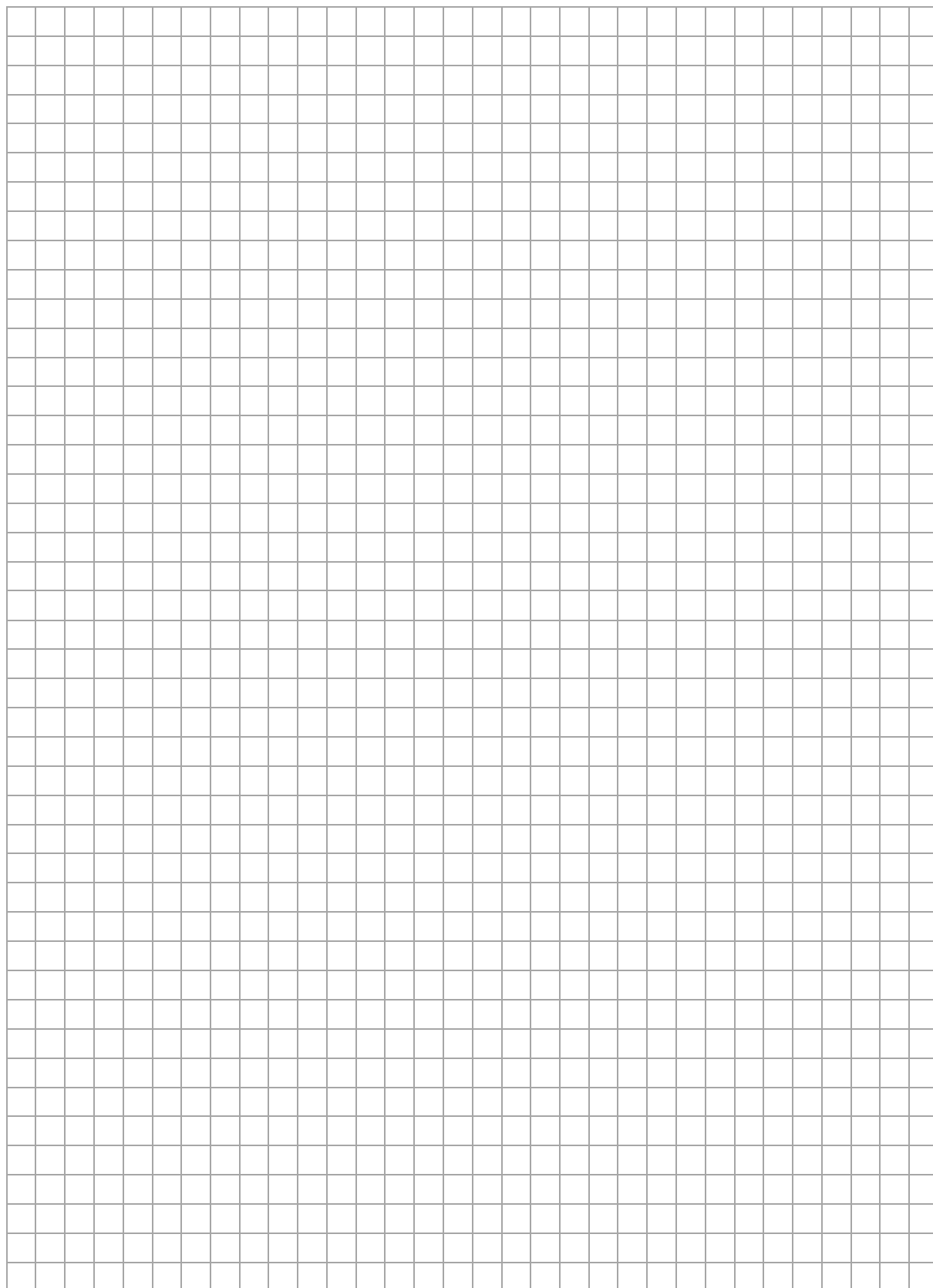


2.2.

0-1-2

**Zadanie 2.2. (0-2)**

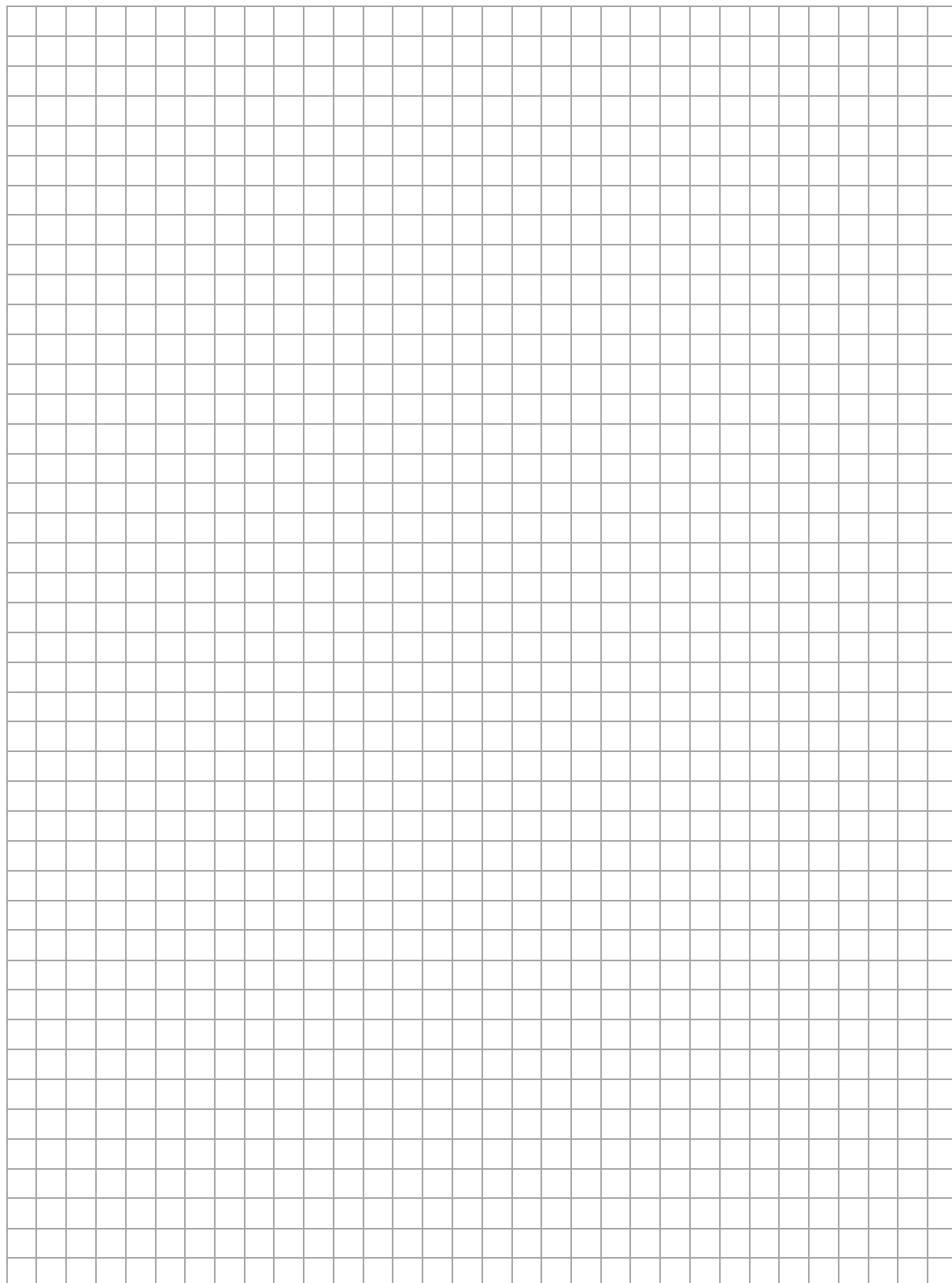
Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $g(x) = |m|$  ma dokładnie dwa rozwiązania dodatnie.



**Zadanie 3. (0–3)**

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  oraz dla każdej liczby rzeczywistej  $y$ , spełniających warunek  $x + y \geq 1$ , prawdziwa jest nierówność

$$x^3 + 2xy + y^3 \geq x^2 + xy(x + y) + y^2$$

**3.**0–1–  
2–3

#### Zadanie 4. (0–3)

Maszyna napełnia torebki herbatą. Każda torebka ma zostać napełniona 200 g herbaty. Torebkę, która zawiera mniej niż 200 g herbaty, nazywamy torebką z niedowagą. Prawdopodobieństwo tego, że pojedyncza torebka napełniona przez tę maszynę jest z niedowagą, jest równe 0,1. Kontrolę poddano masę herbaty w torebkach napełnianych przez tę maszynę danego dnia. Do kontroli wybrano losowo 20 torebek.

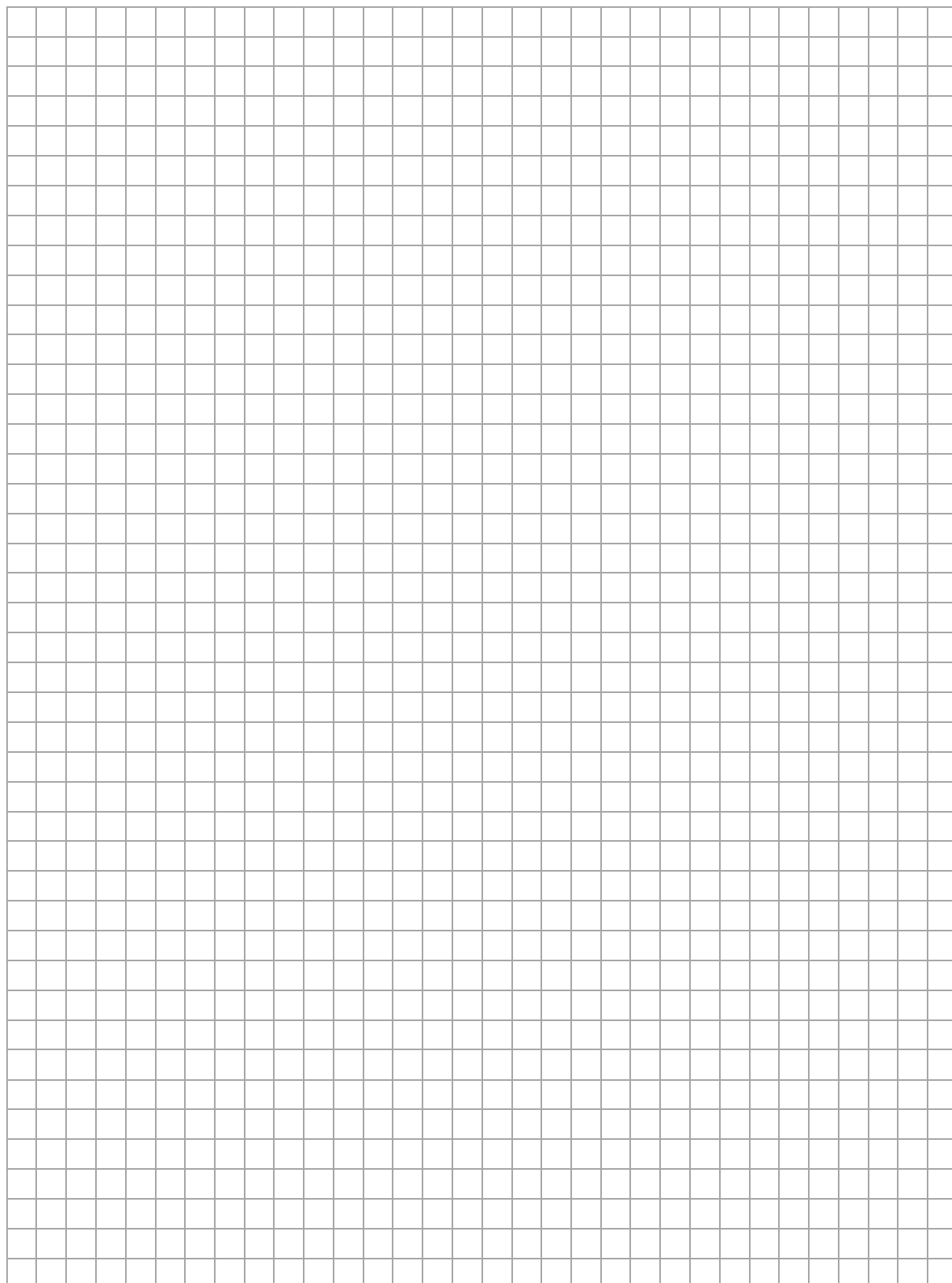
**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wśród tych 20 losowo wybranych torebek znajdą się co najwyżej dwie torebki z niedowagą.**

**Zapisz obliczenia. Wynik zapisz w zaokrągleniu do drugiego miejsca po przecinku.**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

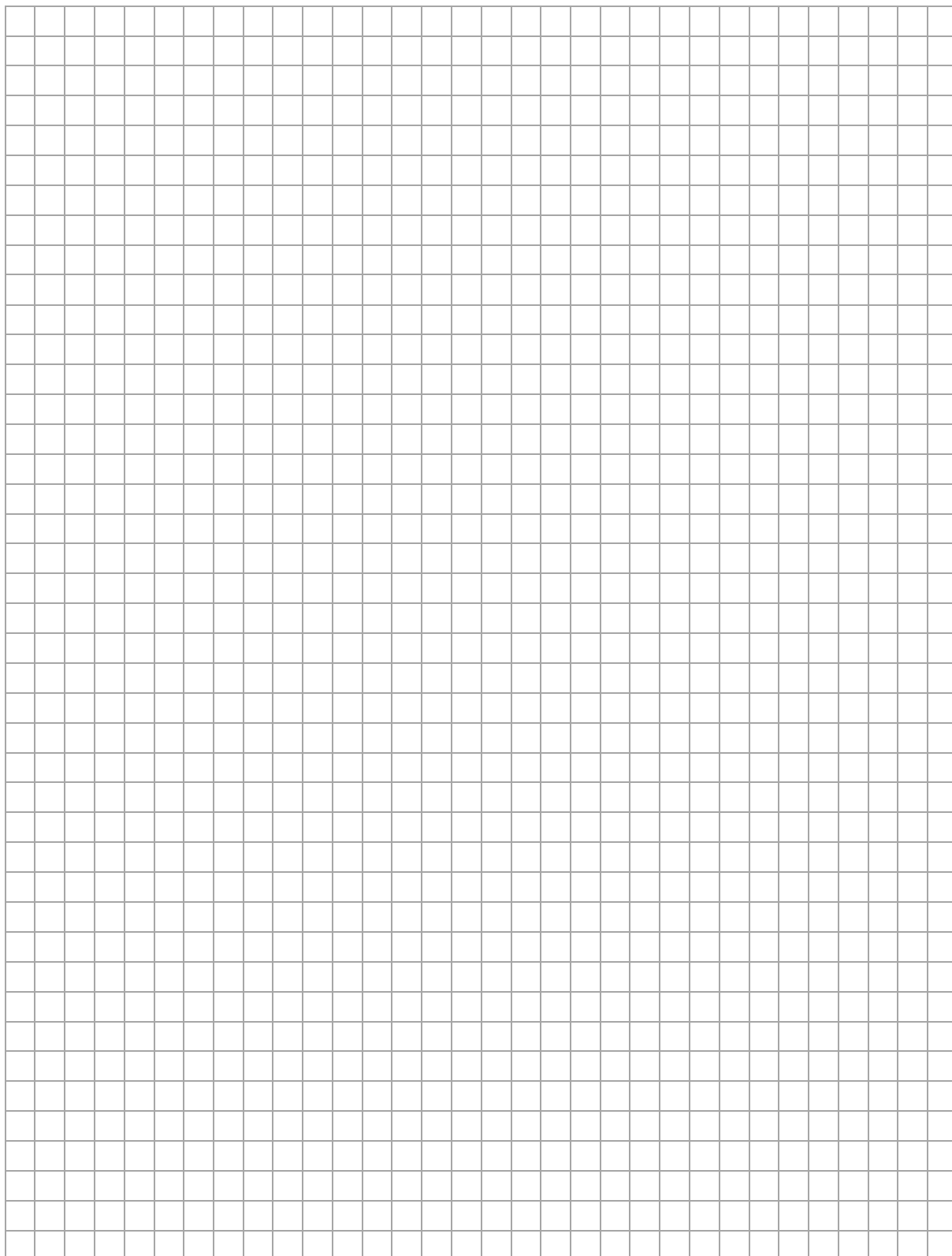
**Zadanie 5. (0–4)****Rozwiąż równanie**

$$6 \sin x + 2\sqrt{3} \cos x + 3 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$$

**Zapisz obliczenia.****5.**0–1–  
2–3–4

**Zadanie 6. (0–4)**

W trójkącie  $ABC$  poprowadzono dwusieczne kątów przecinające boki  $BC$ ,  $AC$  i  $AB$  tego trójkąta w punktach – odpowiednio –  $K$ ,  $L$  oraz  $M$ . Punkt  $P$  jest punktem przecięcia tych dwusiecznych. Na czworokątach  $CLPK$  oraz  $BKPM$  można opisać okrąg.

**6.**0–1–  
2–3–4**Udowodnij, że trójkąt  $ABC$  jest równoboczny.**

**Zadanie 7. (0–4)**

Olejarnia wytwarza olej ekologiczny. Aby produkcja była opłacalna, dzienna wielkość produkcji musi wynosić co najmniej 480 litrów i nie może przekroczyć 530 litrów (ze względu na ograniczone moce produkcyjne). Przy poziomie produkcji  $(480 + x)$  litrów dziennie przeciętny koszt  $K$  (w złotych) wytworzenia jednego litra oleju jest równy

$$K(x) = \frac{22x^2 - 621,5x + 23\,430}{480 + x}, \text{ gdzie } x \in [0, 50].$$

**7.**0–1–  
2–3–4

**Oblicz, ile litrów oleju dziennie powinna wytworzyć olejarnia, aby przeciętny koszt produkcji jednego litra oleju był najmniejszy (z zachowaniem opłacalności produkcji). Oblicz ten najmniejszy przeciętny koszt.**

**Zapisz obliczenia.**



0-1-  
2-3-  
4-5

### Rozwiąż nierówność

$$\frac{x-1}{x^2-4} - \frac{1}{2-x} \geq \frac{3}{2+x} + 2$$

**Zapisz obliczenia.**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

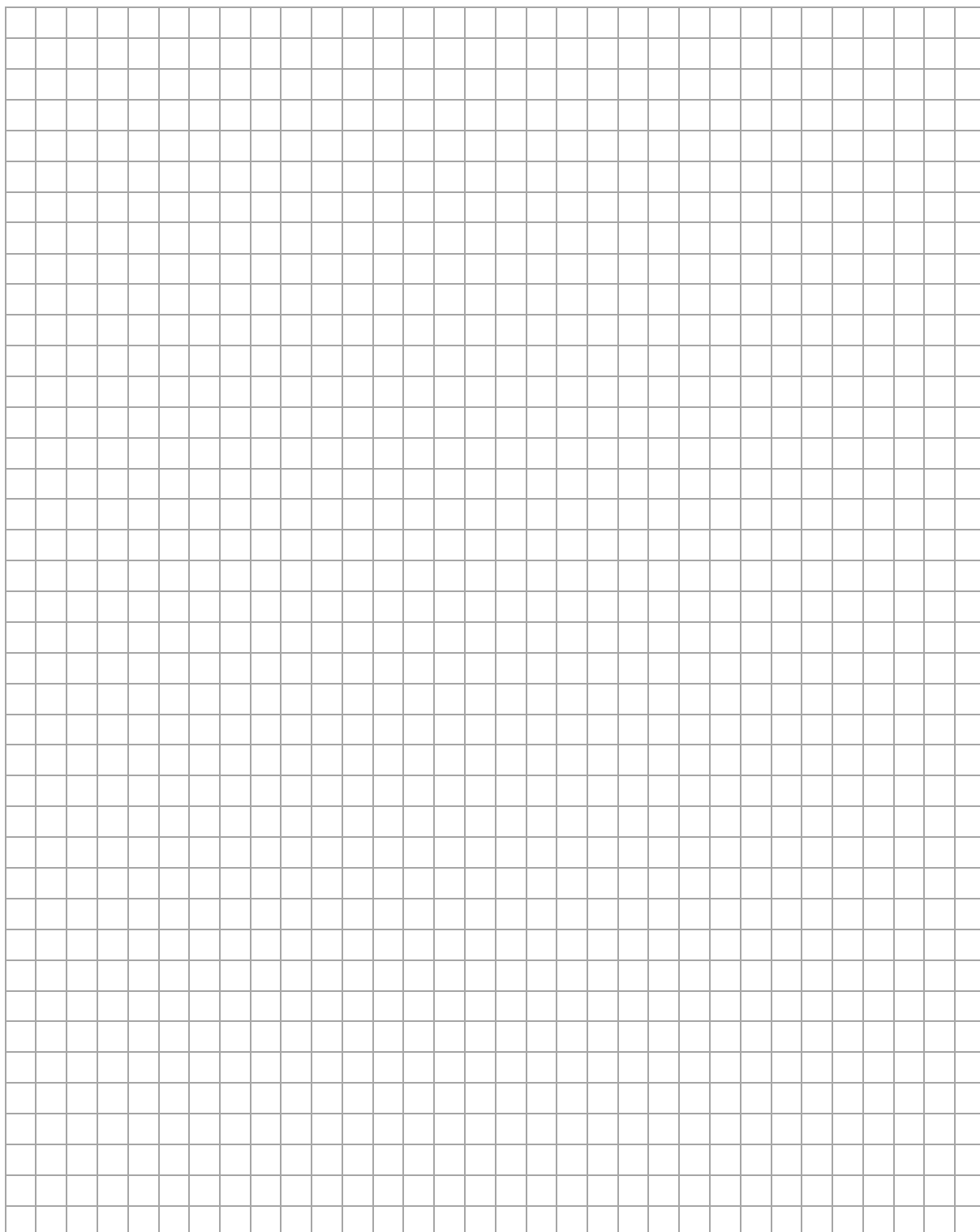
9.

0-1-  
2-3-  
4-5**Zadanie 9. (0-5)****Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie**

$$x^2 - (m - 4)x + m^2 - 7m + 12 = 0$$

**ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste  $x_1$  oraz  $x_2$ , spełniające warunek**

$$x_1^3 + x_2^3 < 5x_1^2 \cdot x_2 + 5x_1 \cdot x_2^2$$

**Zapisz obliczenia.**

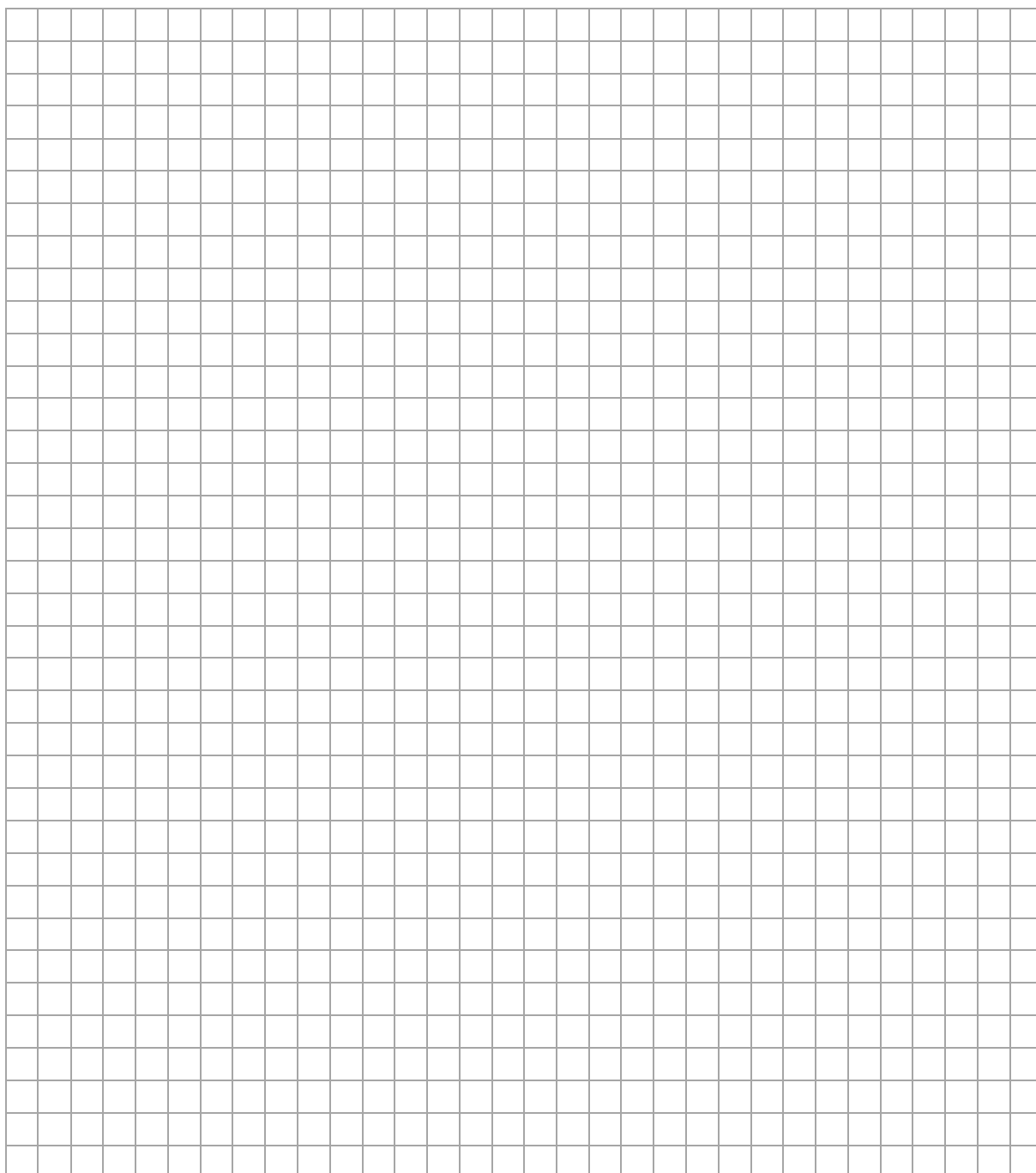
**Zadanie 10. (0–5)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny  $ABCD S$  o podstawie  $ABCD$ . Krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość  $a$ . Ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem o mierze  $\alpha$  takim, że  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ . Przez krawędź  $BC$  podstawy ostrosłupa poprowadzono płaszczyznę  $\pi$  prostopadłą do ściany bocznej  $SAD$ .

**10.**0–1–  
2–3–  
4–5

Sporządź rysunek tego ostrosłupa, zaznacz na rysunku przekrój wyznaczony przez płaszczyznę  $\pi$  i nazwij figurę, która jest tym przekrojem. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

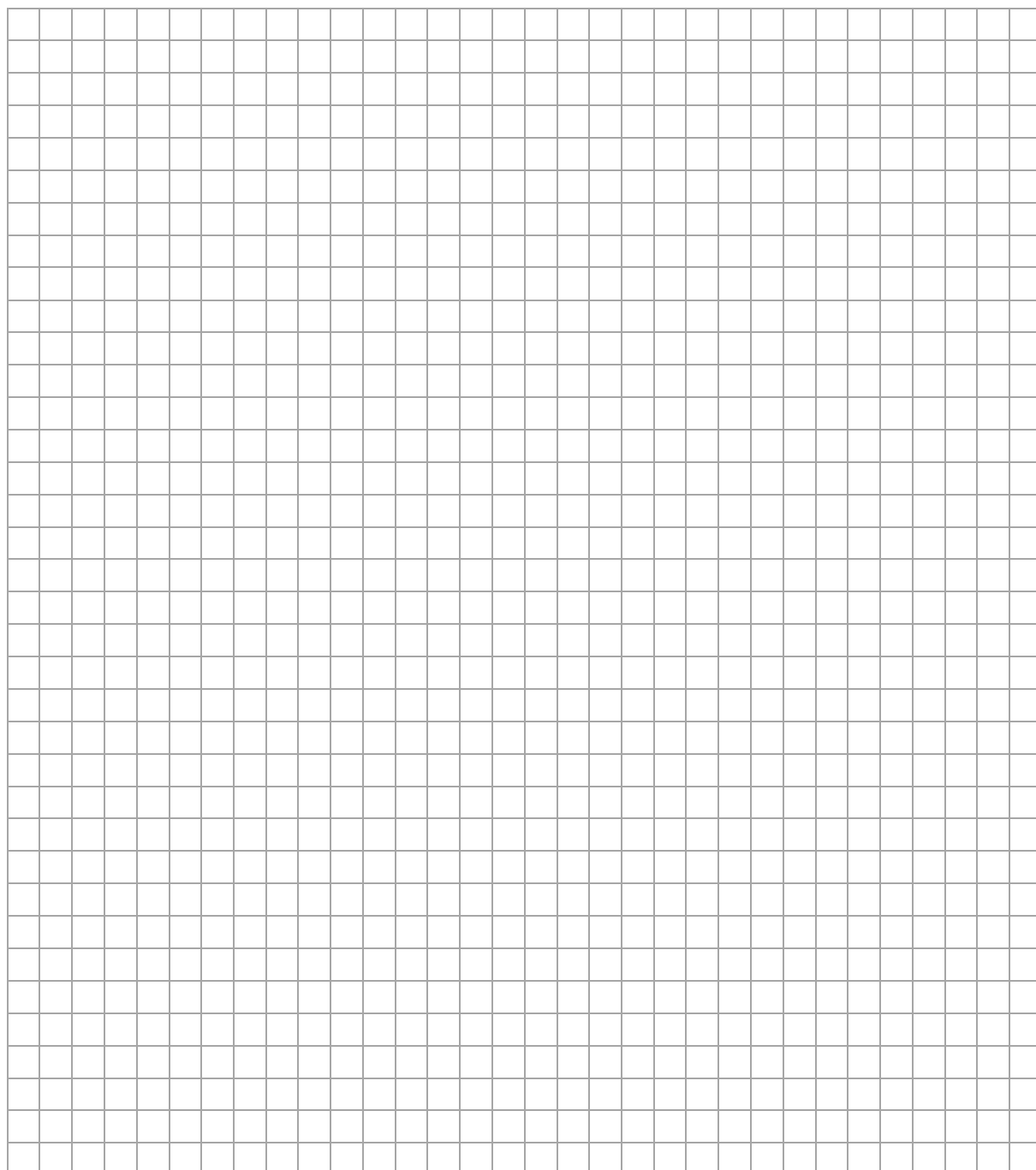
Zapisz obliczenia.



**Zadanie 11. (0–5)**

Dany jest trapez  $ABCD$  o podstawach  $AB$  i  $CD$ , w którym  $|AB| > |CD|$  oraz ramię  $BC$  ma długość 6. Na tym trapezie opisano okrąg o promieniu  $R = 5$ . Miary kątów  $BAC$  i  $ABC$  tego trapezu spełniają warunek

$$\frac{\sin|\sphericalangle BAC|}{\sin|\sphericalangle ABC|} = \frac{5}{8}$$

**11.**0–1–  
2–3–  
4–5**Oblicz pole i obwód trapezu  $ABCD$ .****Zapisz obliczenia.**

**Zadanie 12. (0–6)**

Prosta  $k$  o równaniu  $x + y - 9 = 0$  przecina parabolę o równaniu  $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$  w punktach  $A$  oraz  $B$ . Pierwsza współrzędna punktu  $A$  jest liczbą dodatnią; pierwsza współrzędna punktu  $B$  jest liczbą ujemną. Prosta  $l$  jest równoległa do prostej  $k$  i styczna do danej paraboli w punkcie  $C$ .

**12.**

0–1–

2–3–

4–5–6

**Oblicz odległość punktu  $C$  od prostej  $k$  oraz pole trójkąta  $ABC$ .****Zapisz obliczenia.**