

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_2 9$ jest równa

- A. $\frac{1}{\log_3 4}$ B. $\log_3 4$ C. $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$ D. $\log_3 \sqrt{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

- A. $\frac{2}{18}$ B. $\frac{15}{23}$ C. $\frac{8}{23}$ D. $\frac{5}{18}$

Zadanie 3. (0–1)

Prosta dana równaniem $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$ w punkcie

- A. $(-1, 6)$ B. $(0, 5)$ C. $(1, 5)$ D. $(2, 3)$

Zadanie 4. (0–1)

Liczba x jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Liczba y jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Wynika stąd, że liczba $x - y$ jest równa

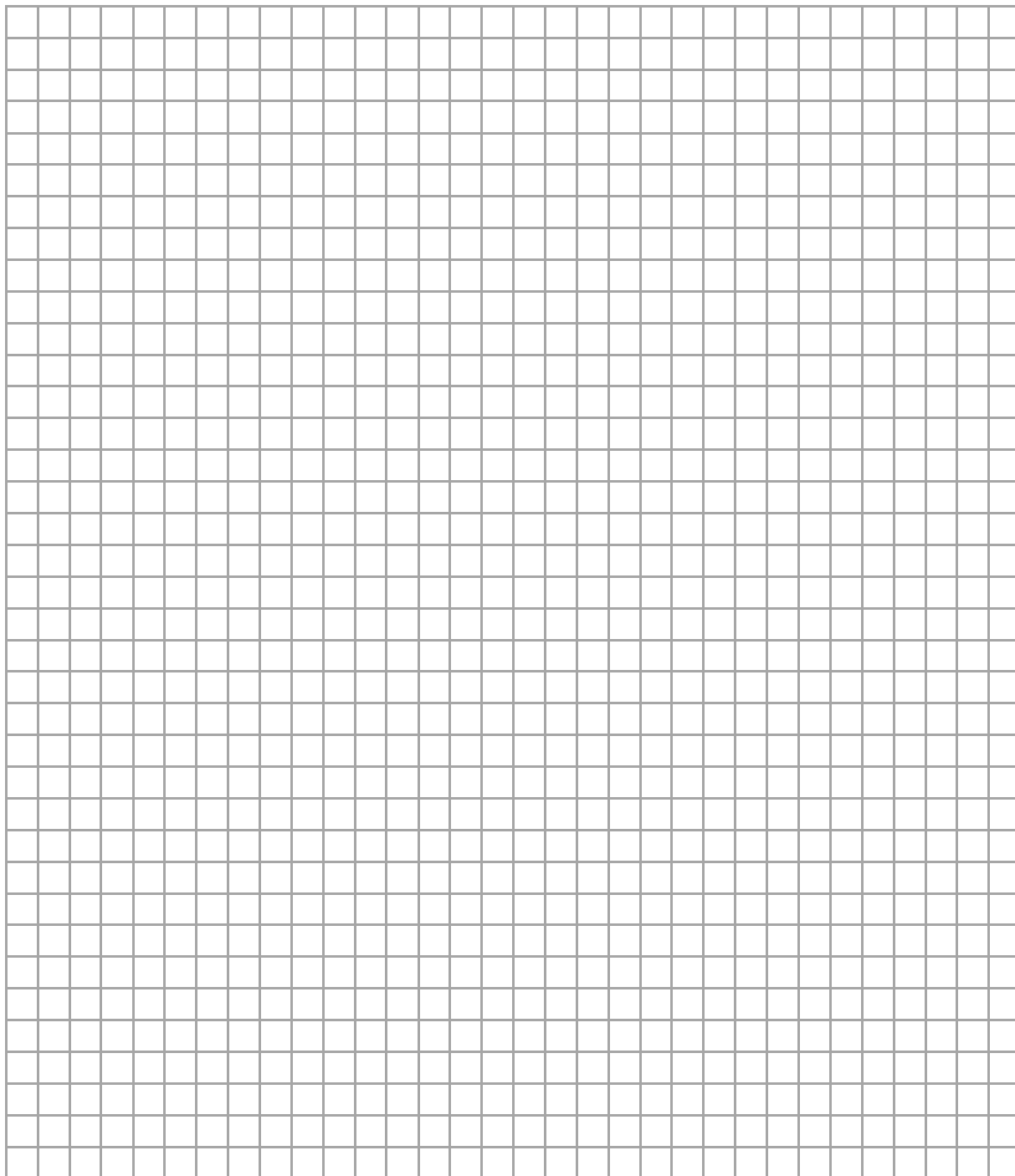
- A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ D. 3

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych takich, że suma cyfr w każdej z tych liczb jest równa 13 i żadna cyfra nie jest zerem.

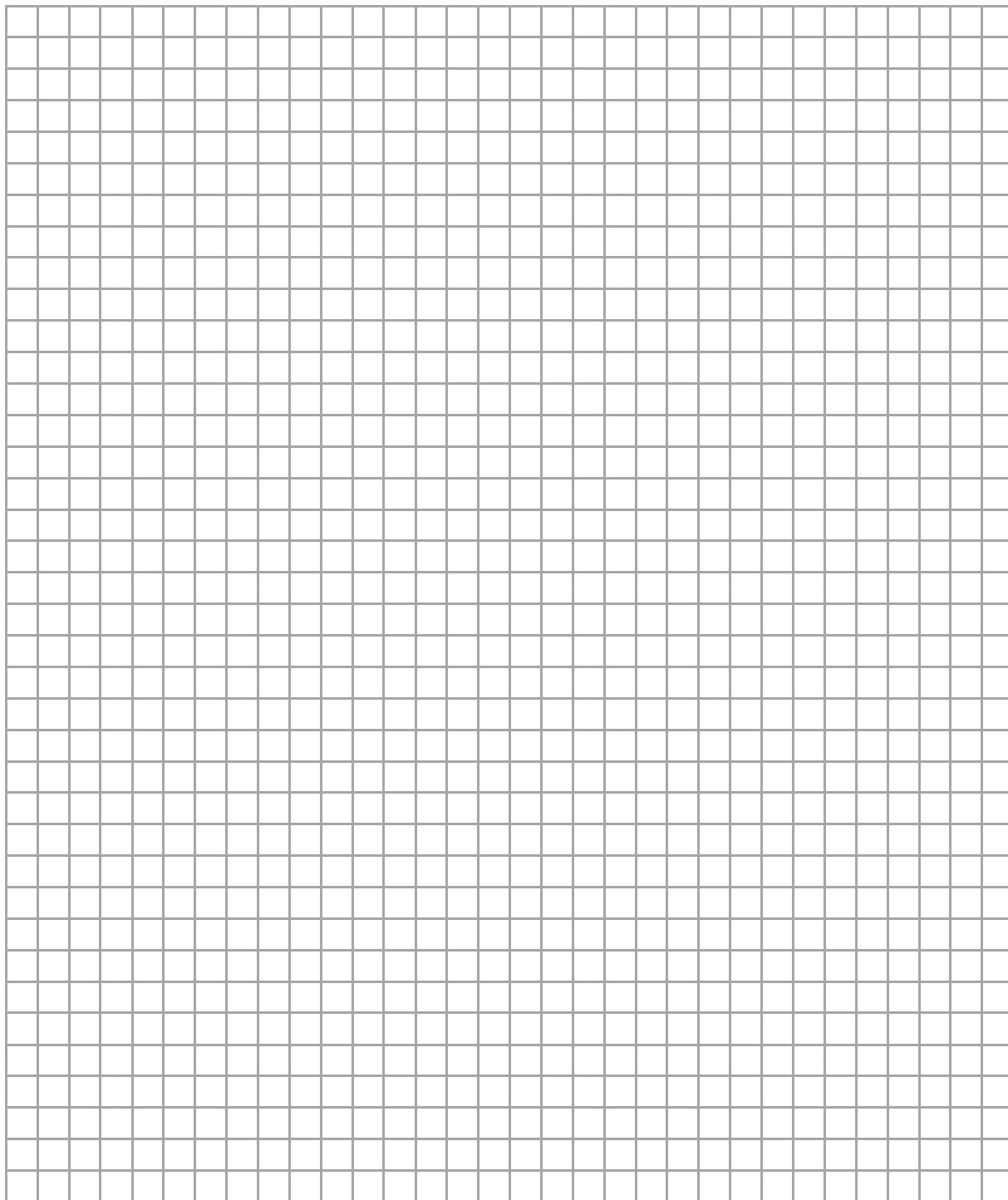
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

--	--	--



Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$.

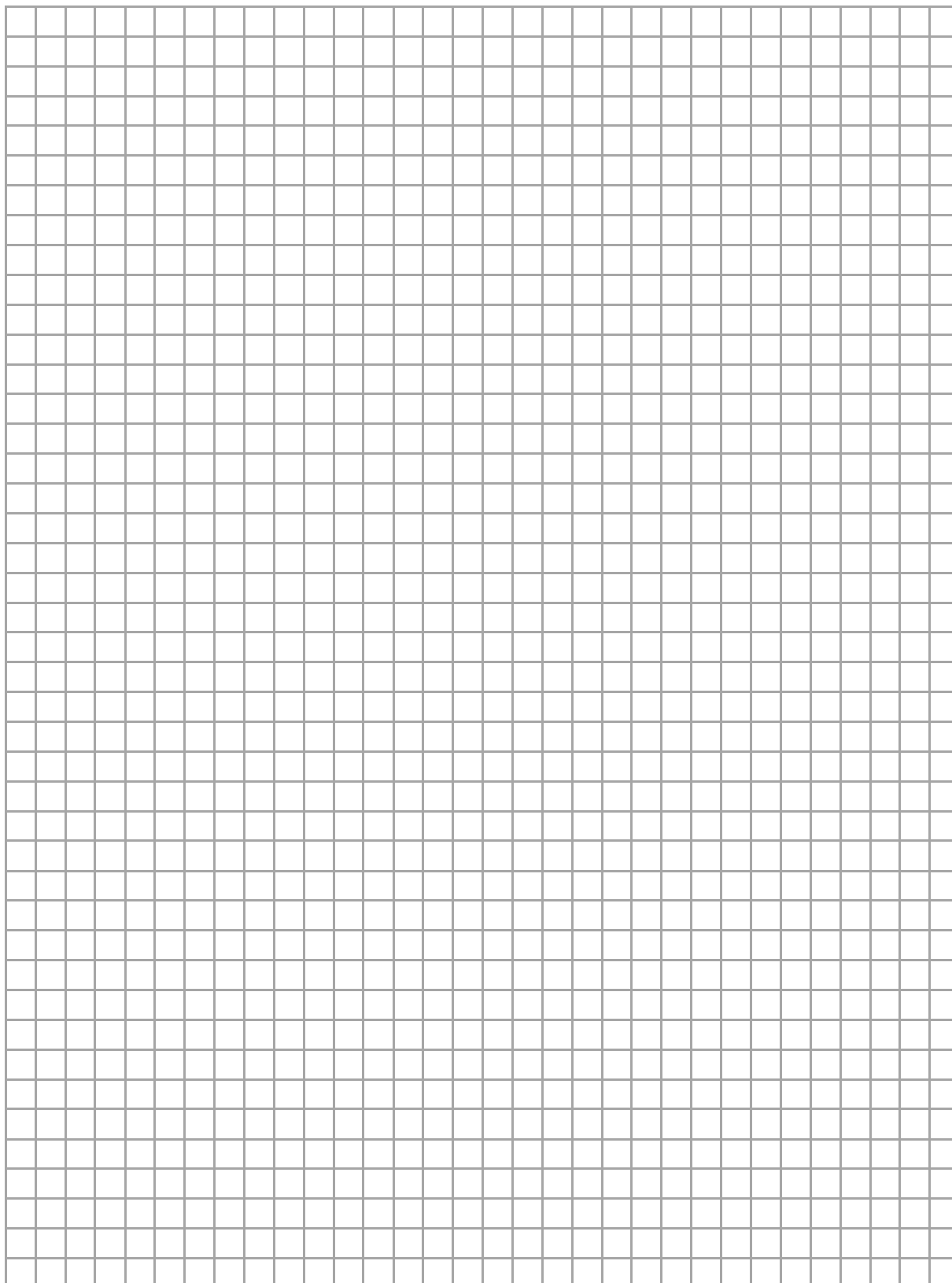


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 7. (0–4)

Rozwiąż równanie:

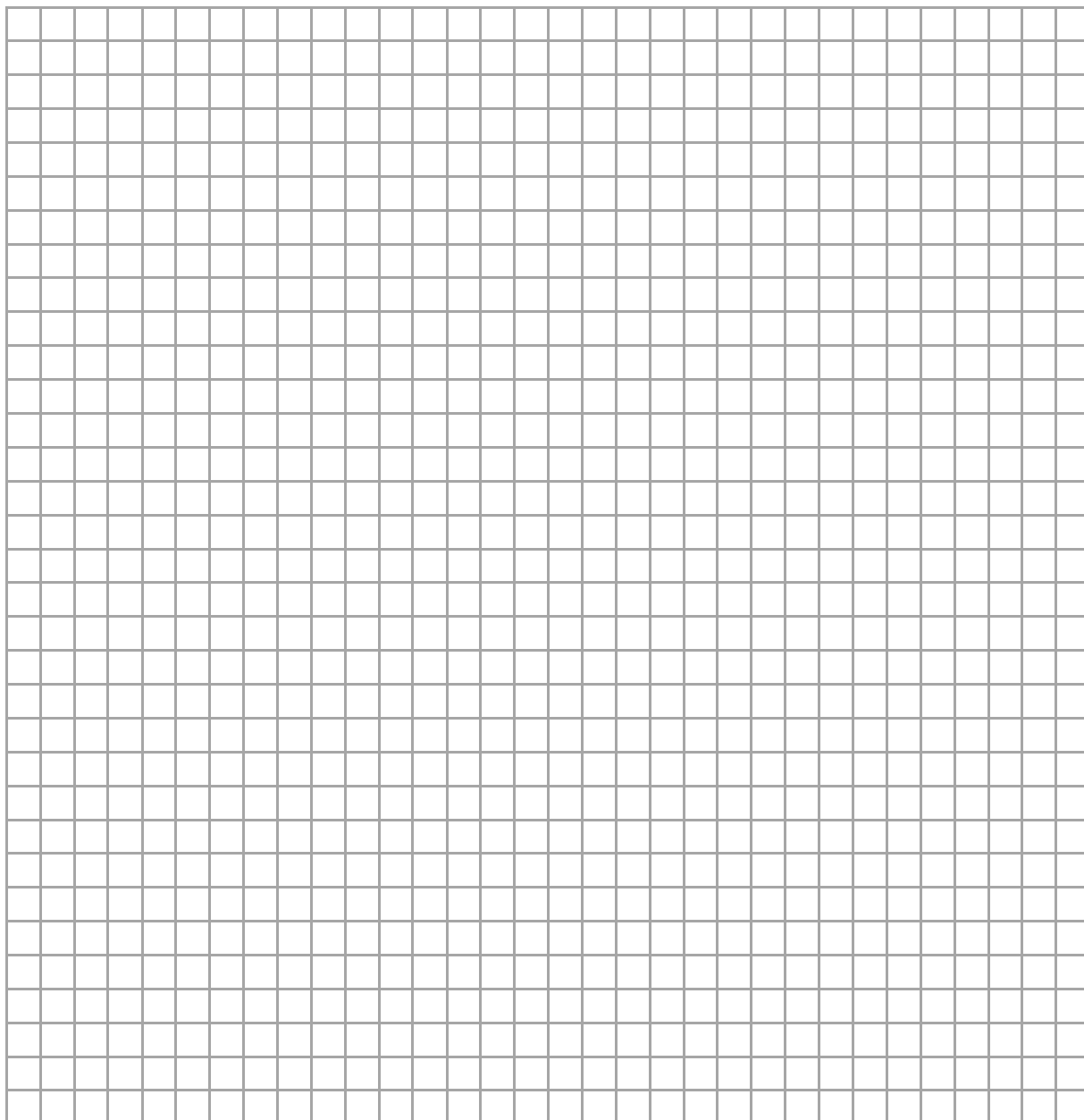
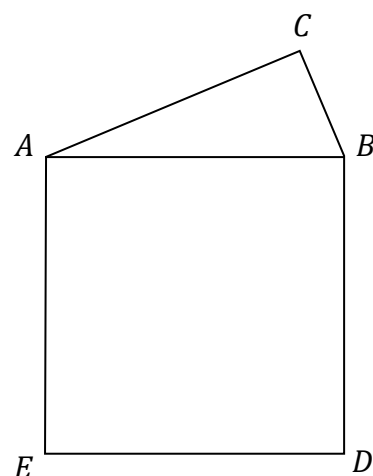
$$\sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) \cdot \cos\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



Zadanie 8. (0–4)

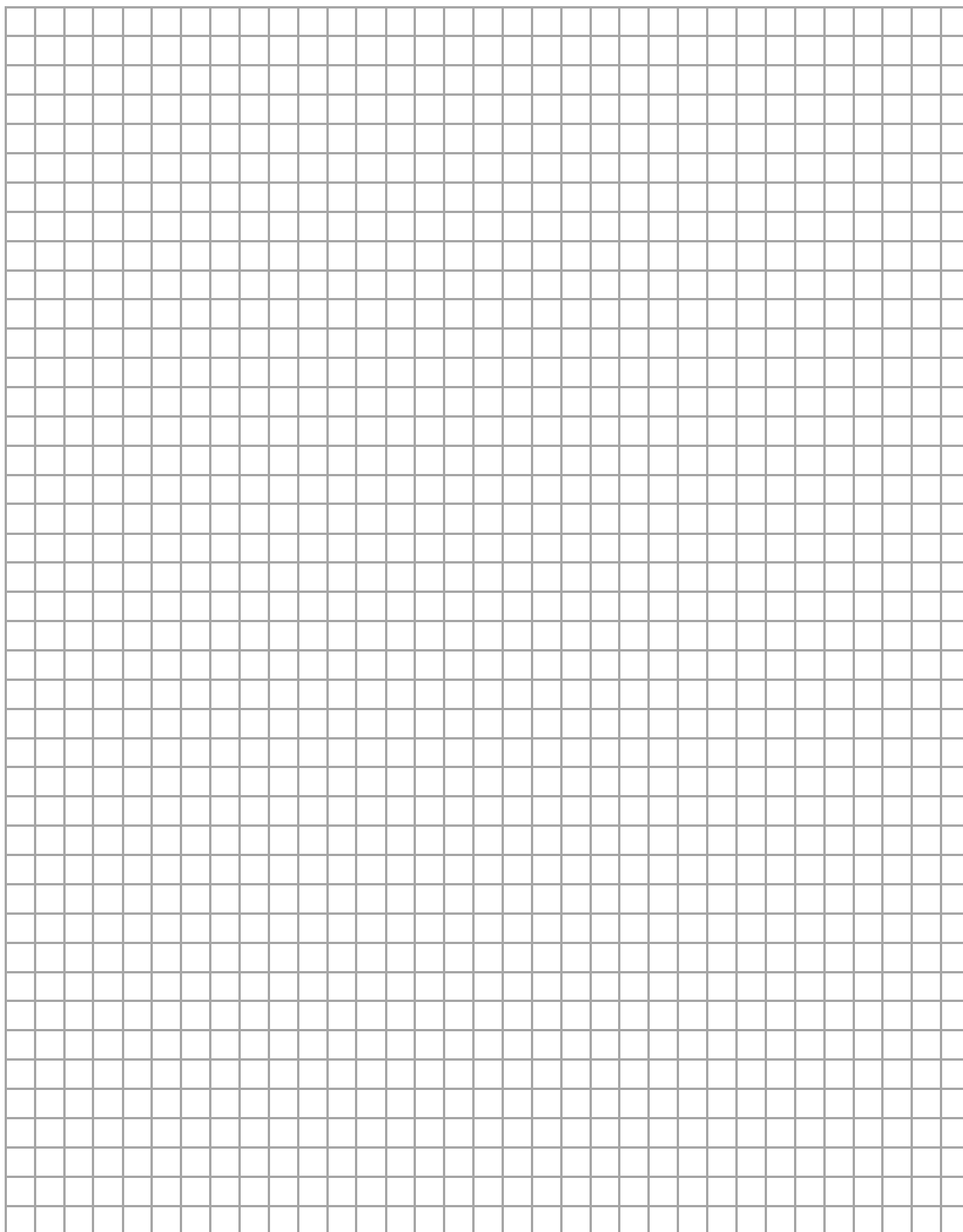
Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadrat $ABDE$ (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy k .

Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa $\frac{1}{2k}$.



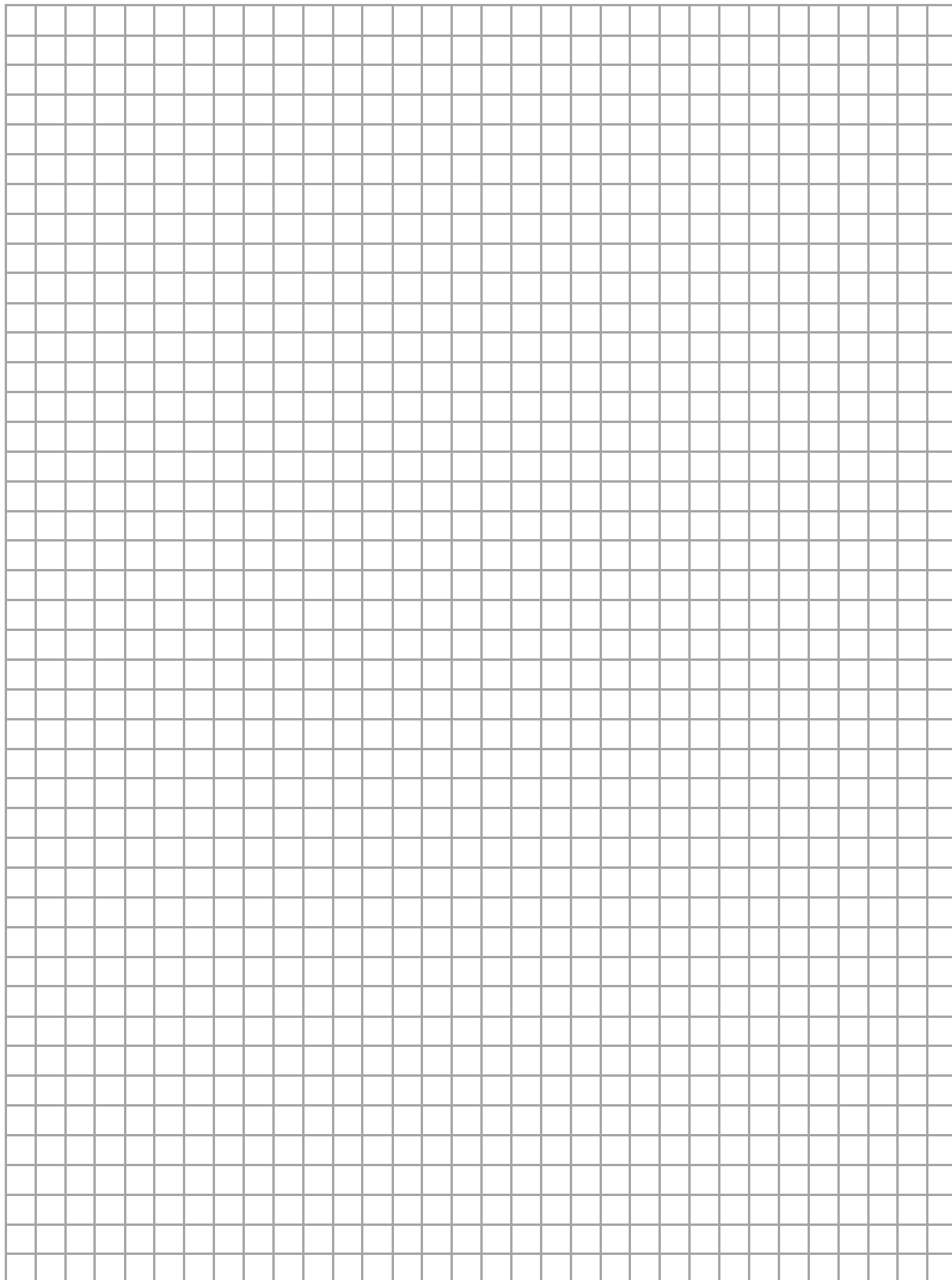
Zadanie 9. (0–4)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$. Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne BAD i ADC czworokąta $ABCD$ są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy $\frac{3}{8}$. Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.



Zadanie 10. (0–4)

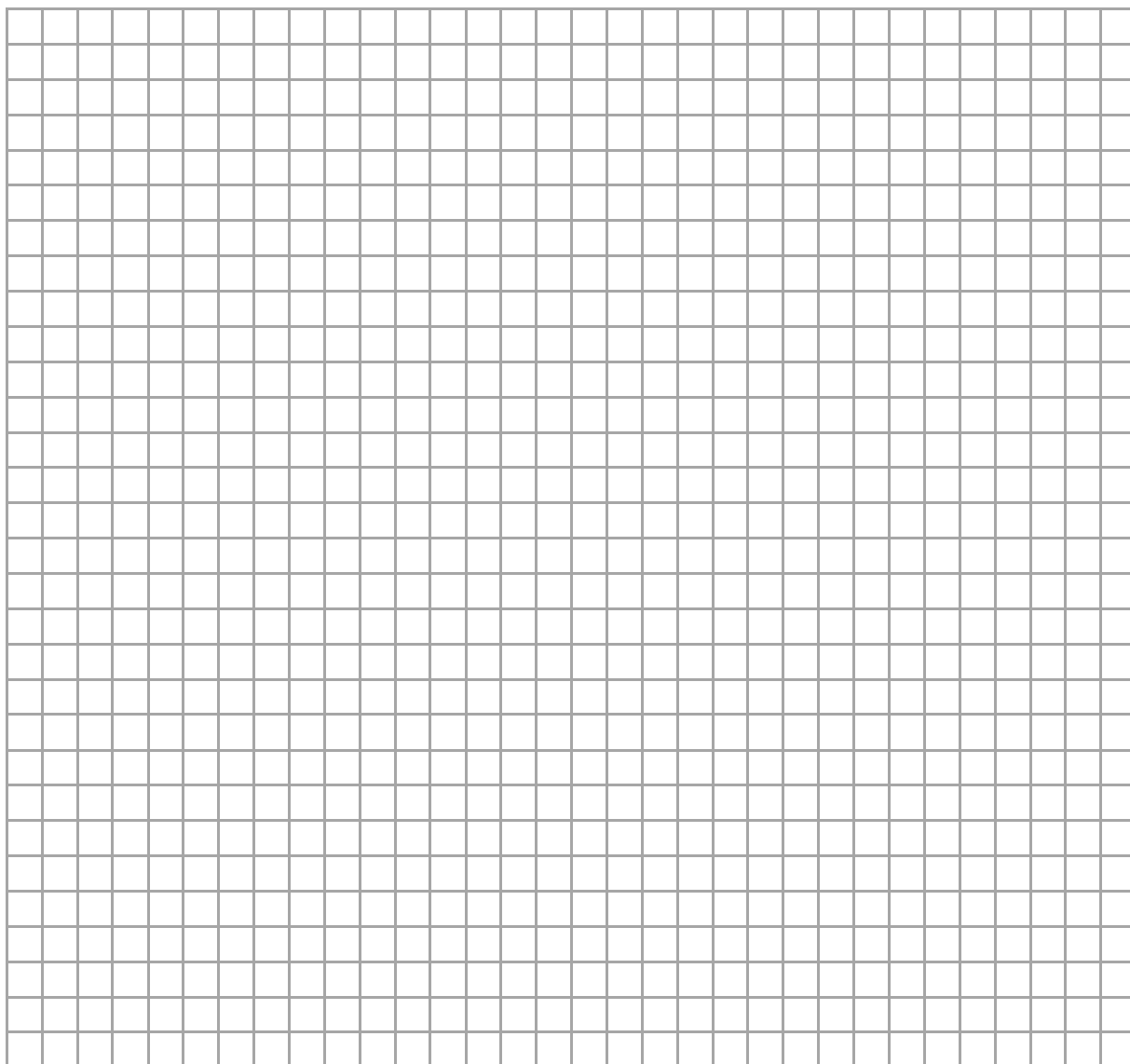
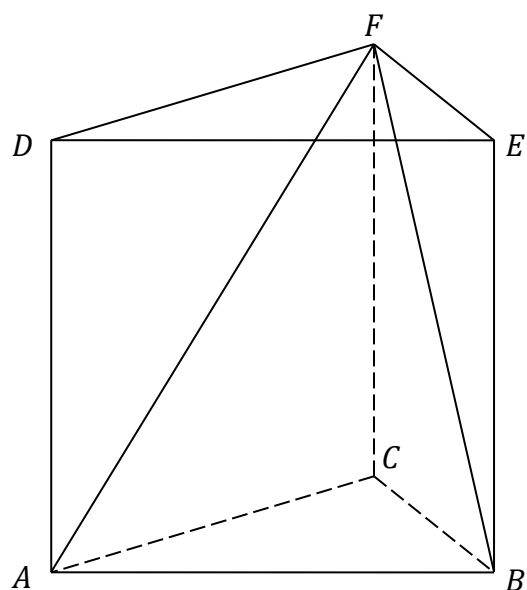
Reszty z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$ przez dwumiany $(x - 2)$ i $(x - 3)$ są odpowiednio równe (-8) oraz (-18) . Oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x - 4)$.



Zadanie 11. (0–4)

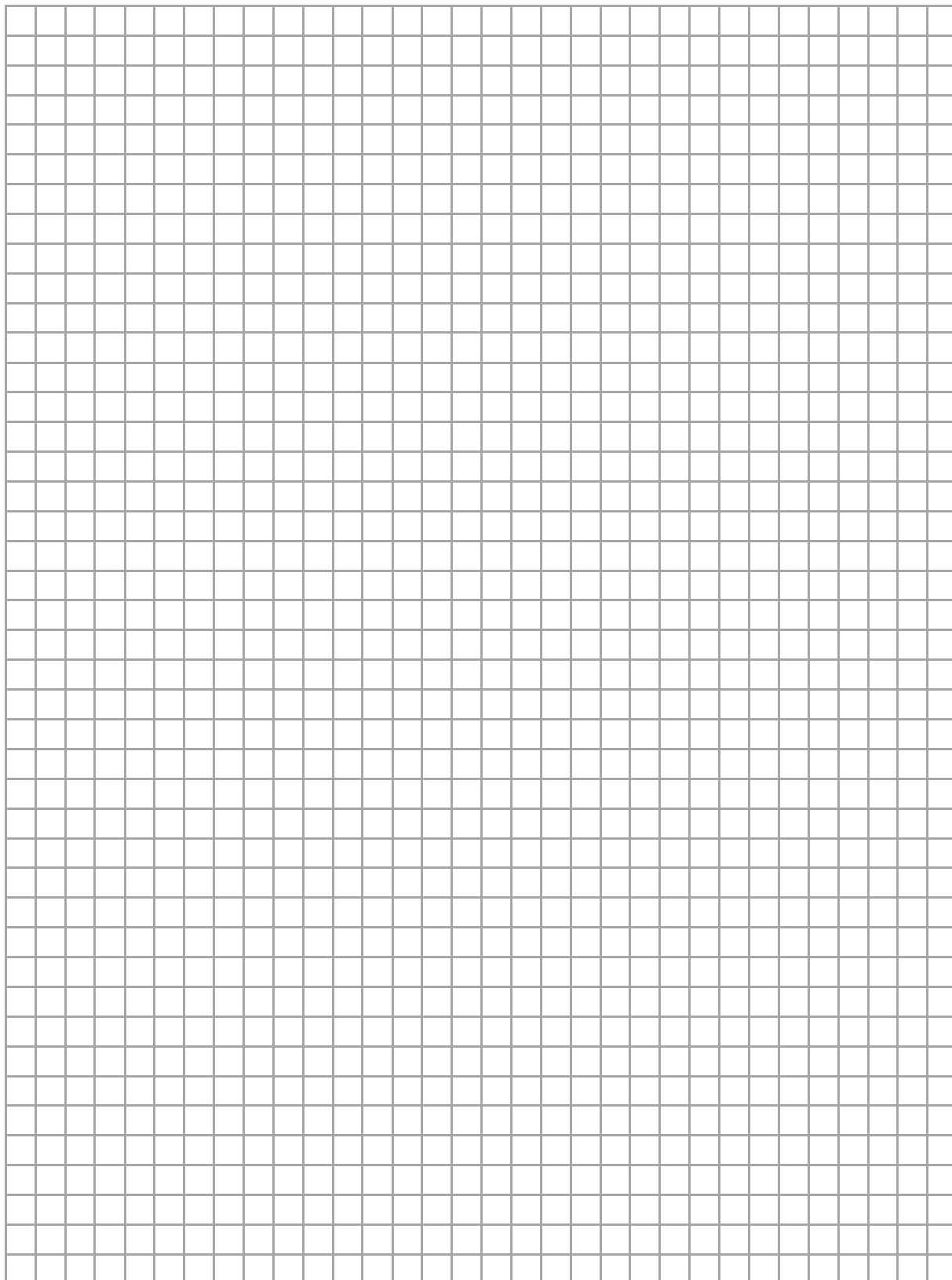
Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).

Oblicz sinus kąta AFB .



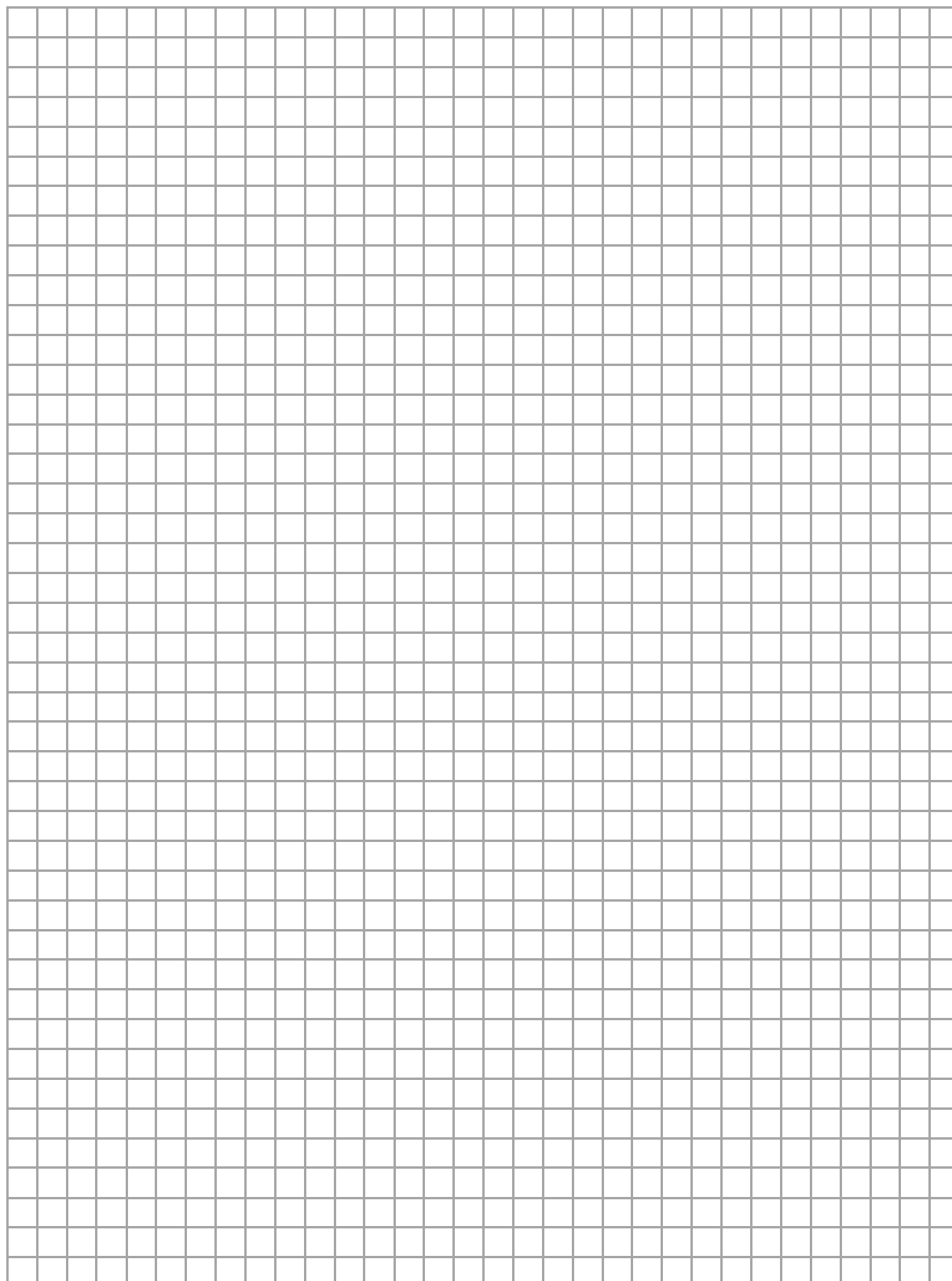
Zadanie 12. (0–5)

Czterowyzowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a + 100, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d) .



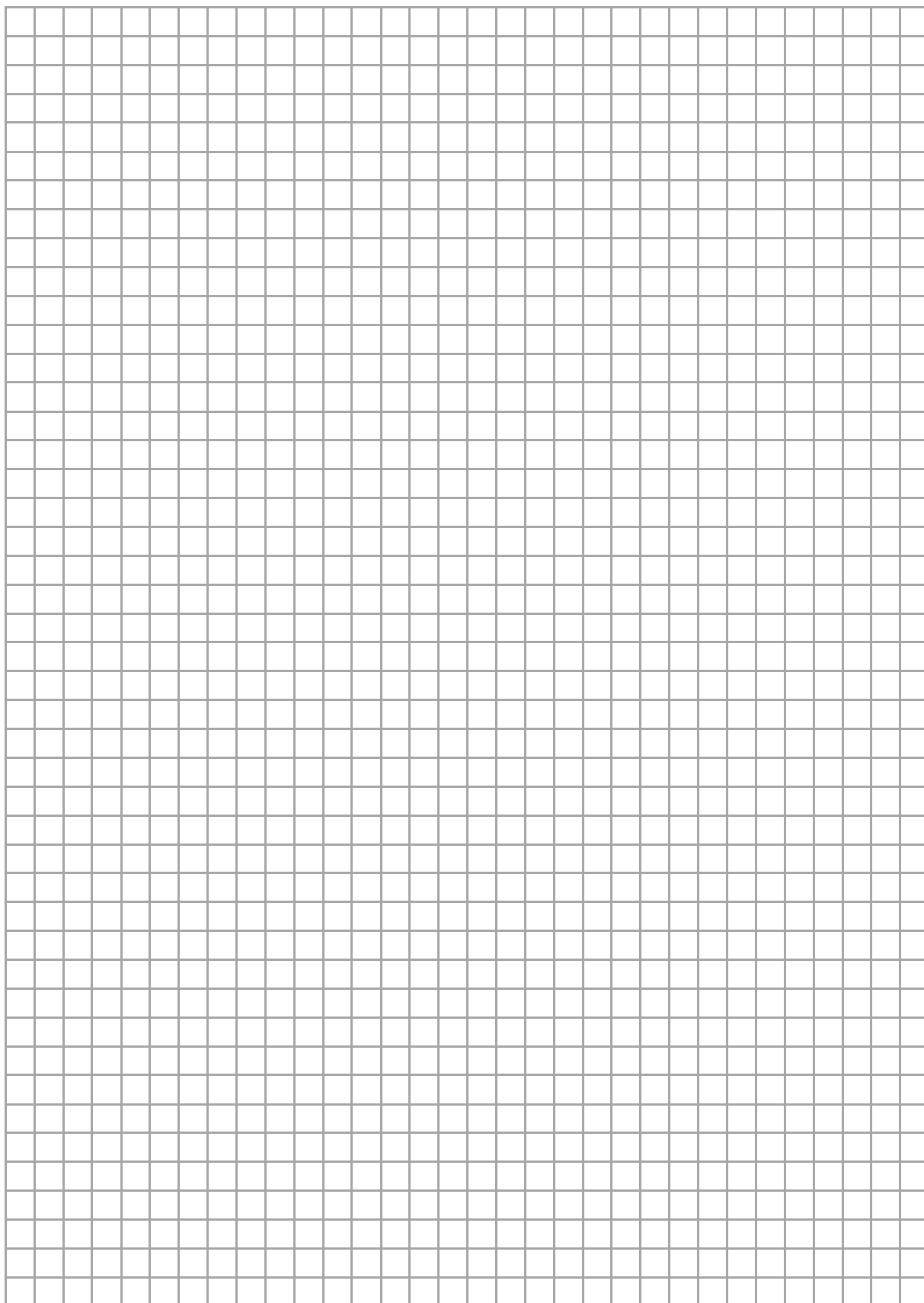
Zadanie 13. (0–5)

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y = x + b$, $y = x + 2b$, $y = b$, $y = 2$, gdzie liczba rzeczywista b spełnia warunki: $b \neq 2$ i $b \neq 0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru b , dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.



Zadanie 14. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których równanie $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.



Zadanie 15. (0–6)

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC , których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{9}{x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkt C ma współrzędne $(0, -\frac{1}{3})$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków A i B , dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

