

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

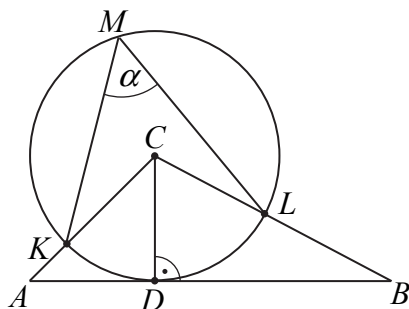
Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{(n^2 - 10n)(2 - 3n)}{2n^3 + n^2 + 3}$ dla $n \geq 1$.
Wtedy

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{3}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Odcinek CD jest wysokością trójkąta ABC , w którym $|AD| = |CD| = \frac{1}{2}|BC|$ (zobacz rysunek).

Okrąg o środku C i promieniu CD jest styczny do prostej AB . Okrąg ten przecina boki AC i BC trójkąta odpowiednio w punktach K i L .



Zaznaczony na rysunku kąt α wpisany w okrąg jest równy

- A. $37,5^\circ$ B. 45° C. $52,5^\circ$ D. 60°

Zadanie 4. (0–1)

Dane są punkt $B = (-4, 7)$ i wektor $\vec{u} = [-3, 5]$. Punkt A , taki, że $\overrightarrow{AB} = -3\vec{u}$, ma współrzędne

- A. $A = (5, -8)$ B. $A = (-13, 22)$ C. $A = (9, -15)$ D. $A = (12, 24)$

Zadanie 5. (0–2)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 + ax + \frac{3}{4}$ przez dwumian $x - 2$ jest równa 1.

Oblicz wartość współczynnika a .

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid pattern. The grid consists of small, uniform squares covering the entire area. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 6. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz

równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie $P = (1, 0)$.

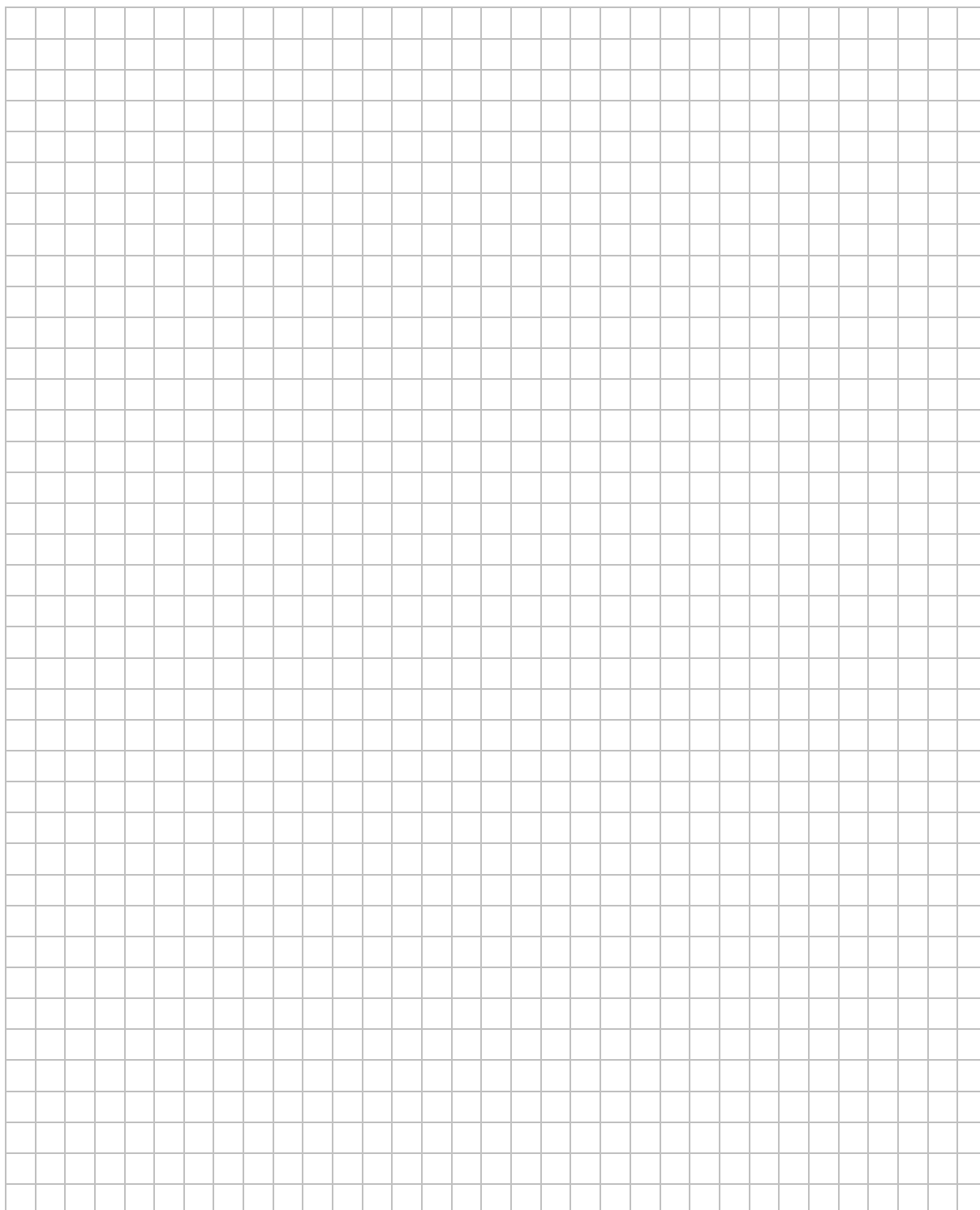
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Zadanie 7. (0–3)

Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^2 y^2 + 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4 > 0.$$

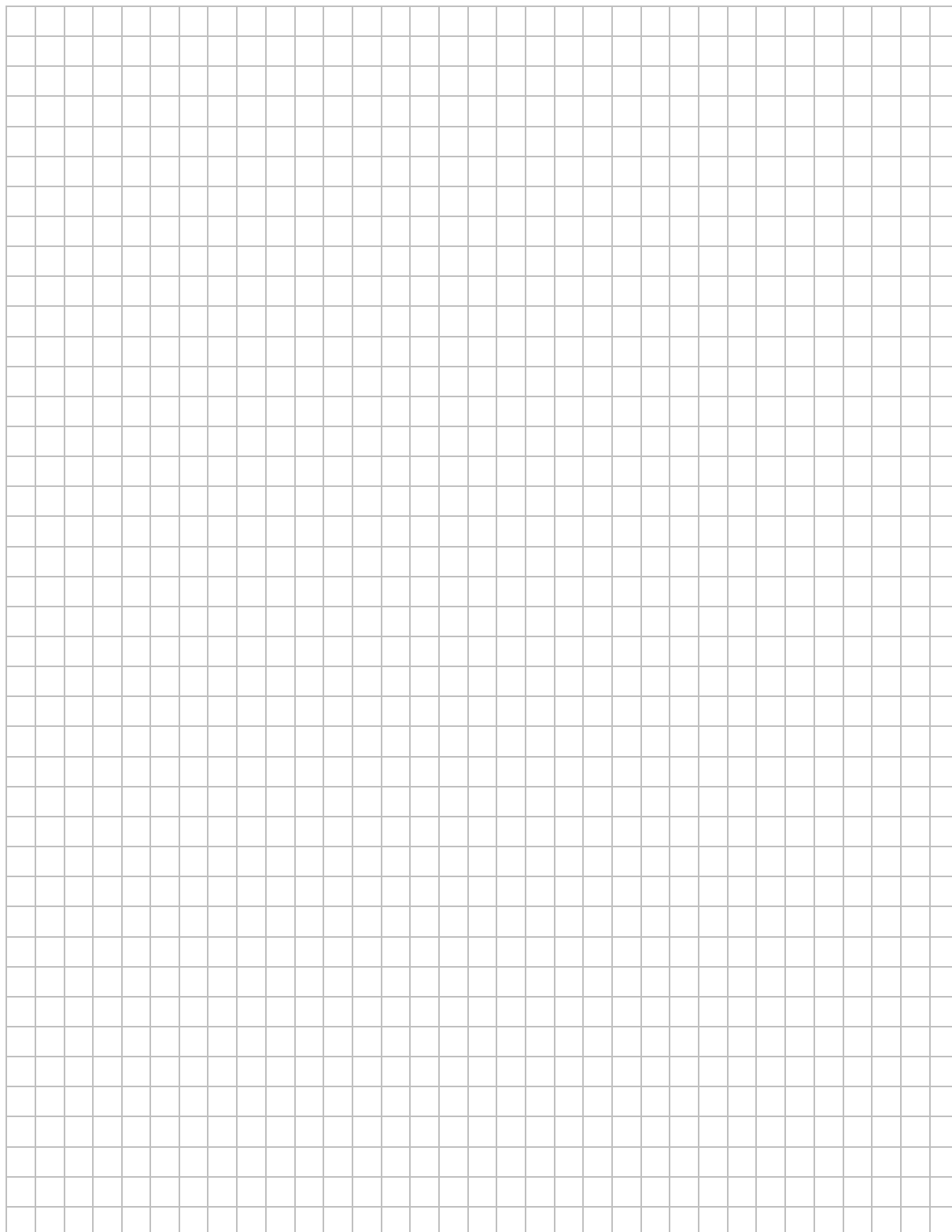


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 8. (0–3)

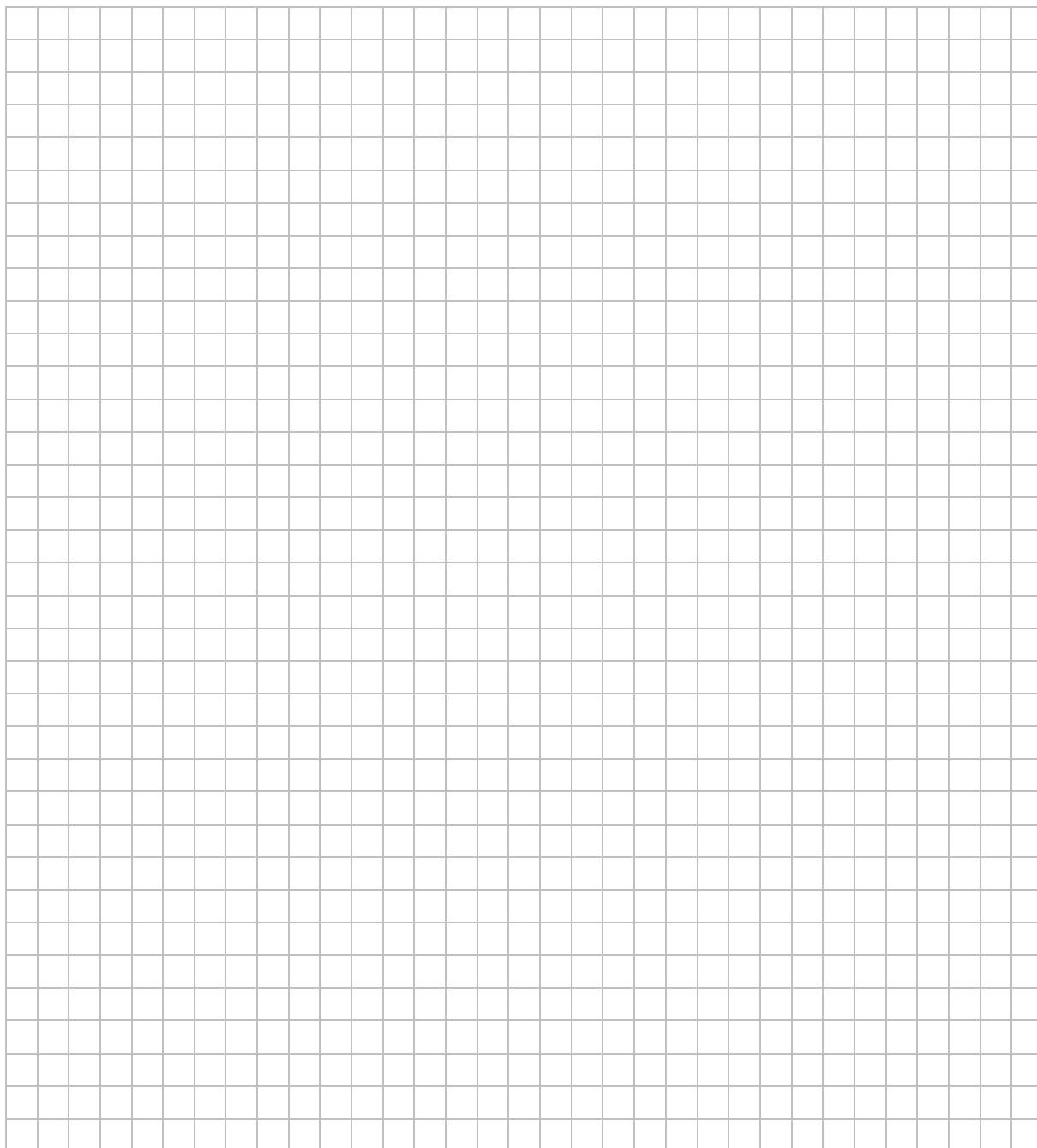
W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c , długość boku BC jest równa a oraz $|\sphericalangle ABC| = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E .

Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\frac{2ac \cdot \cos \frac{\beta}{2}}{a+c}$.



Zadanie 9. (0–4)

W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna π , równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π , tj. długość najkrótszego spośród odcinków SP , gdzie P jest punktem płaszczyzny π .

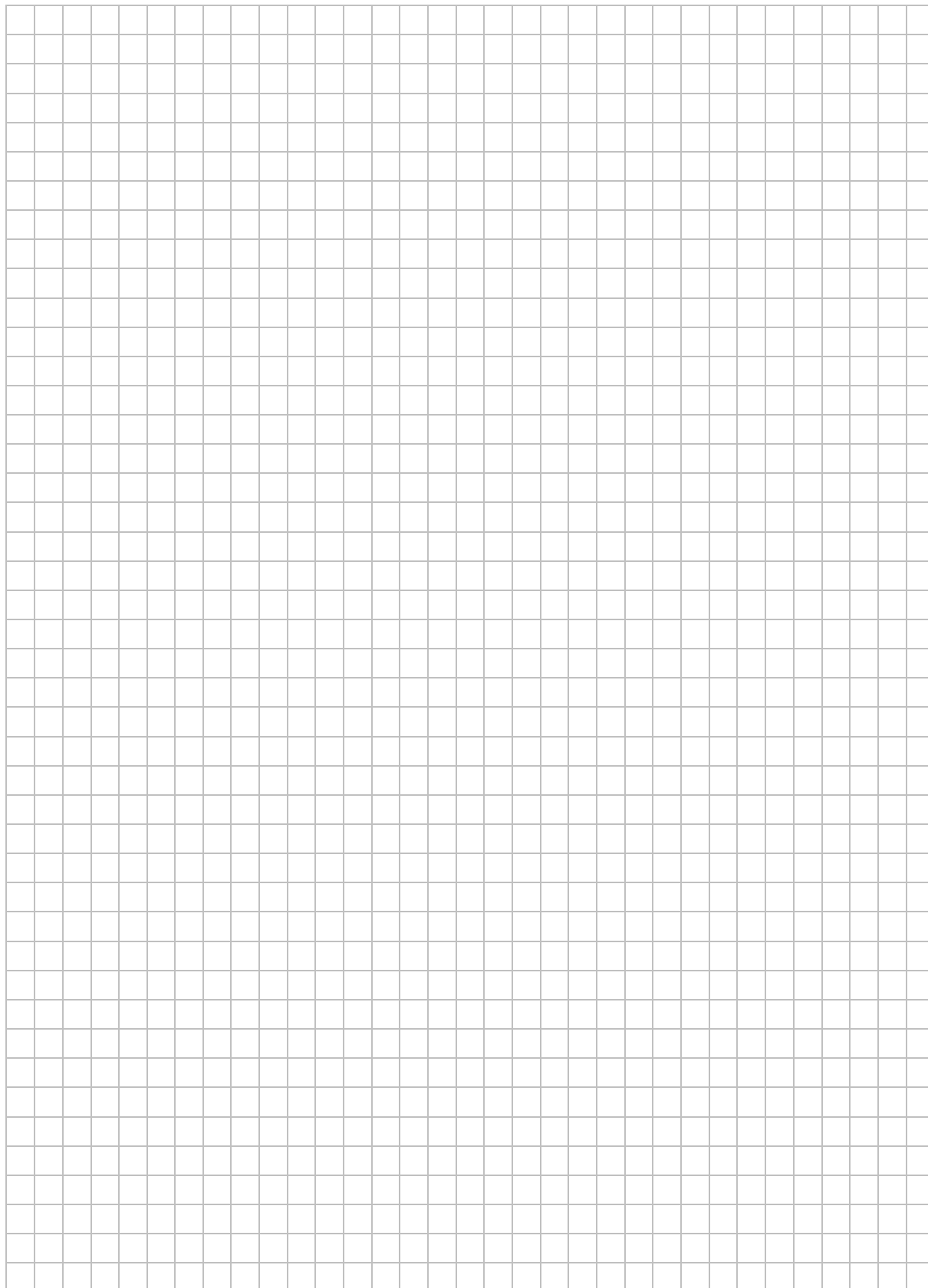


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\cos 2x + 3 \cos x = -2$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–4)

W pudełku znajduje się 8 piłeczek oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 8. Losujemy jedną piłeczkę, zapisujemy liczbę na niej występującą, a następnie zwracamy piłeczkę do urny. Tę procedurę wykonujemy jeszcze dwa razy i tym samym otrzymujemy zapisane trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich piłeczek, że iloczyn trzech zapisanych liczb jest podzielny przez 4. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

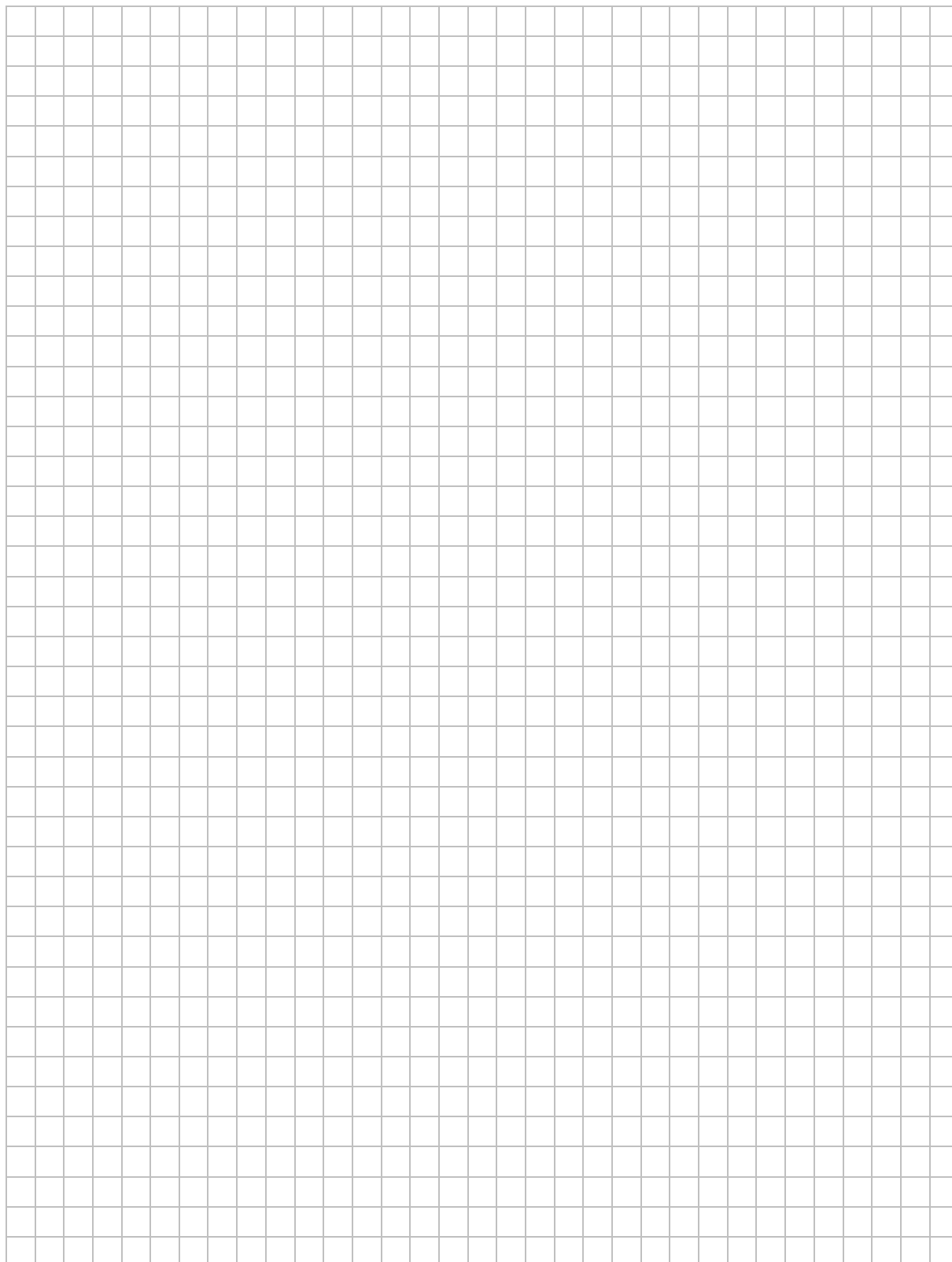
Zadanie 12. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

$$4x^2 - 6mx + (2m + 3)(m - 3) = 0$$

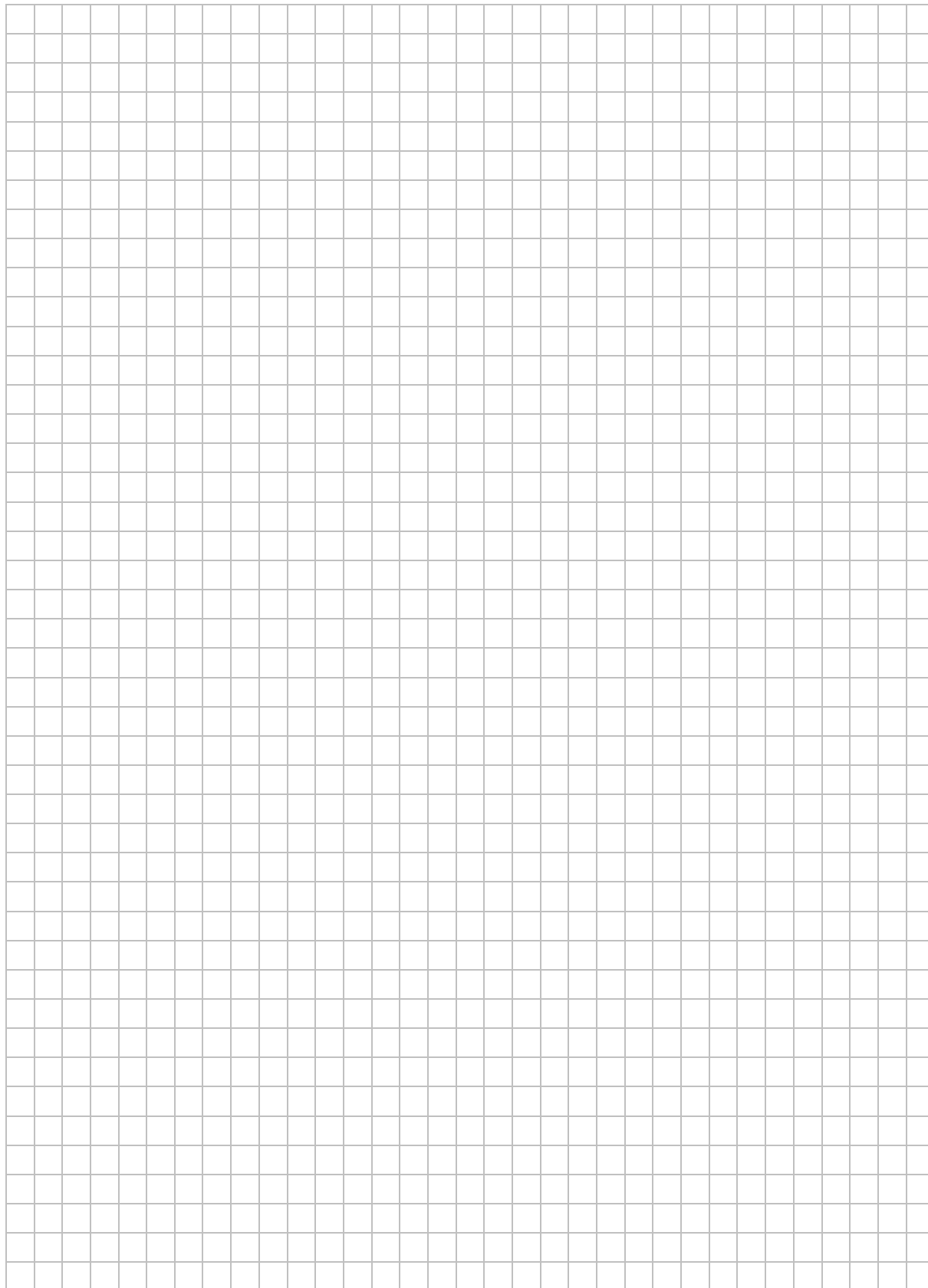
ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 , przy czym $x_1 < x_2$, spełniające warunek

$$(4x_1 - 4x_2 - 1)(4x_1 - 4x_2 + 1) < 0.$$



Zadanie 13. (0–5)

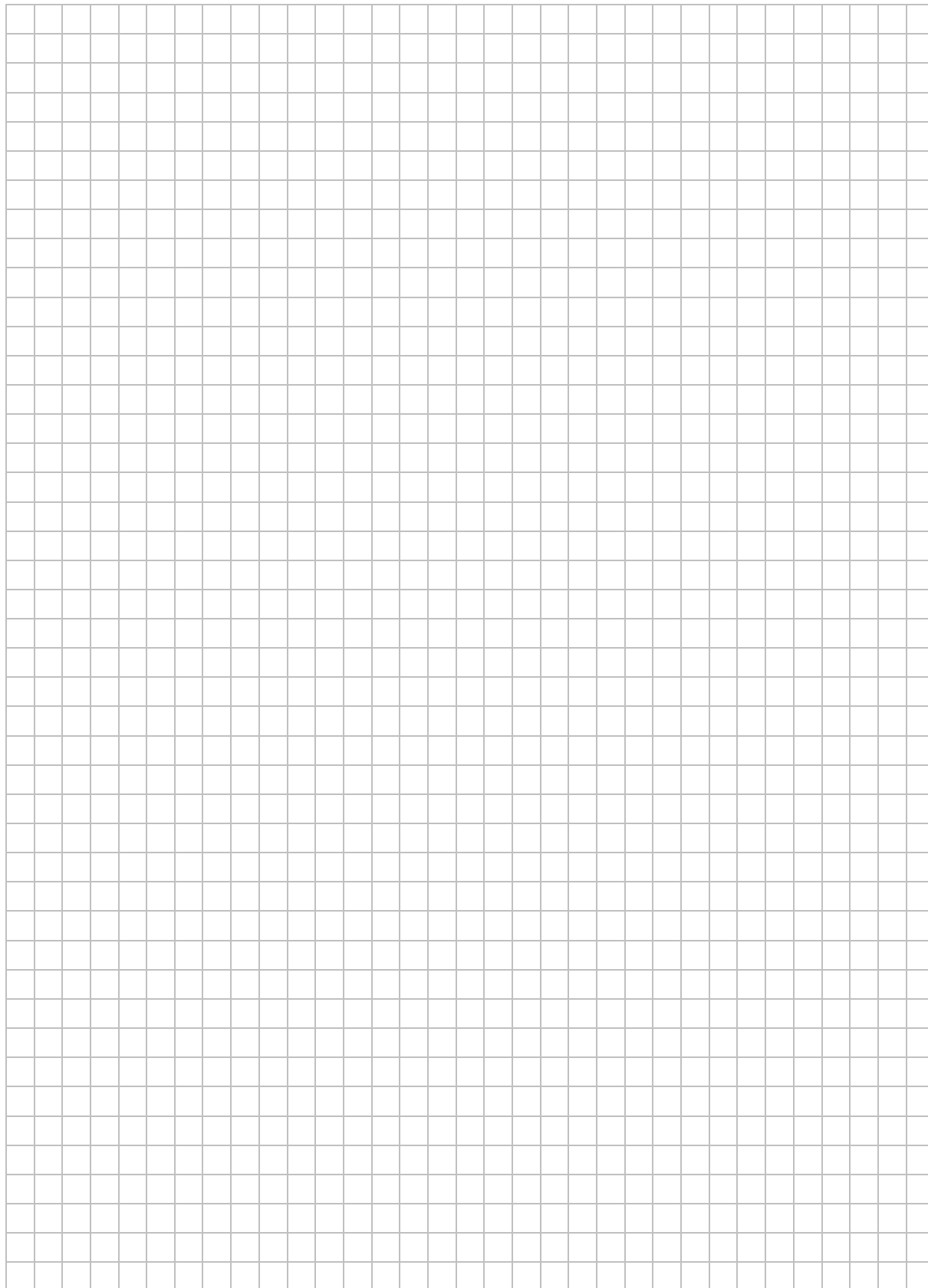
Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A = (-5, 3)$ i $B = (0, 6)$, którego środek leży na prostej o równaniu $x - 3y + 1 = 0$.



Zadanie 14. (0–6)

Liczby a , b , c są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb jest równa 27. Ciąg $(a-2, b, 2c+1)$ jest geometryczny.

Wyznacz liczby a , b , c .



Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej P . Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

