

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

W rozwinięciu wyrażenia $(2\sqrt{3}x + 4y)^3$ współczynnik przy iloczynie xy^2 jest równy

- A. $32\sqrt{3}$ B. 48 C. $96\sqrt{3}$ D. 144

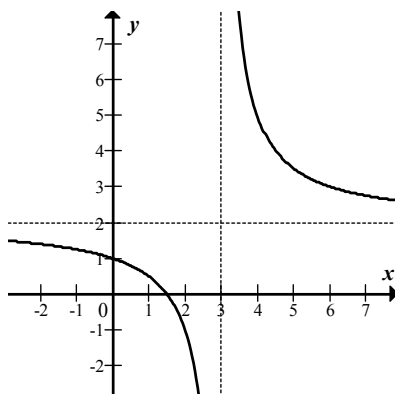
Zadanie 2. (0–1)

Wielomian $W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x + p$ jest podzielny przez dwumian $x - 1$ dla p równego

- A. 4 B. -2 C. 2 D. -4

Zadanie 3. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji homograficznej $y = f(x)$, której dziedziną jest zbiór $D = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$.



Równanie $|f(x)| = p$ z niewiadomą x ma dokładnie jedno rozwiązanie

- A. w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 3$. B. w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 2$.
C. tylko wtedy, gdy $p = 3$. D. tylko wtedy, gdy $p = 2$.

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+4}$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x . Pochodna tej funkcji jest określona wzorem

- A. $f'(x) = \frac{-3x^2 + 2x + 12}{(x^2 + 4)^2}$ B. $f'(x) = \frac{-9x^2 + 2x - 12}{(x^2 + 4)^2}$
C. $f'(x) = \frac{3x^2 - 2x - 12}{(x^2 + 4)^2}$ D. $f'(x) = \frac{9x^2 - 2x + 12}{(x^2 + 4)^2}$

Zadanie 5. (0–1)

Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(pn^2 + 4n)^3}{5n^6 - 4} = -\frac{8}{5}$. Wynika stąd, że

- A.** $p = -8$ **B.** $p = 4$ **C.** $p = 2$ **D.** $p = -2$

Zadanie 6. (0–2)

Wśród 10 tysięcy mieszkańców pewnego miasta przeprowadzono sondaż dotyczący budowy przedszkola publicznego. Wyniki sondażu przedstawiono w tabeli.

Badane grupy	Liczba osób popierających budowę przedszkola	Liczba osób niepopierających budowy przedszkola
Kobiety	5140	1860
Mężczyźni	2260	740

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że losowo wybrana osoba, spośród ankietowanych, popiera budowę przedszkola, jeśli wiadomo, że jest mężczyzną. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

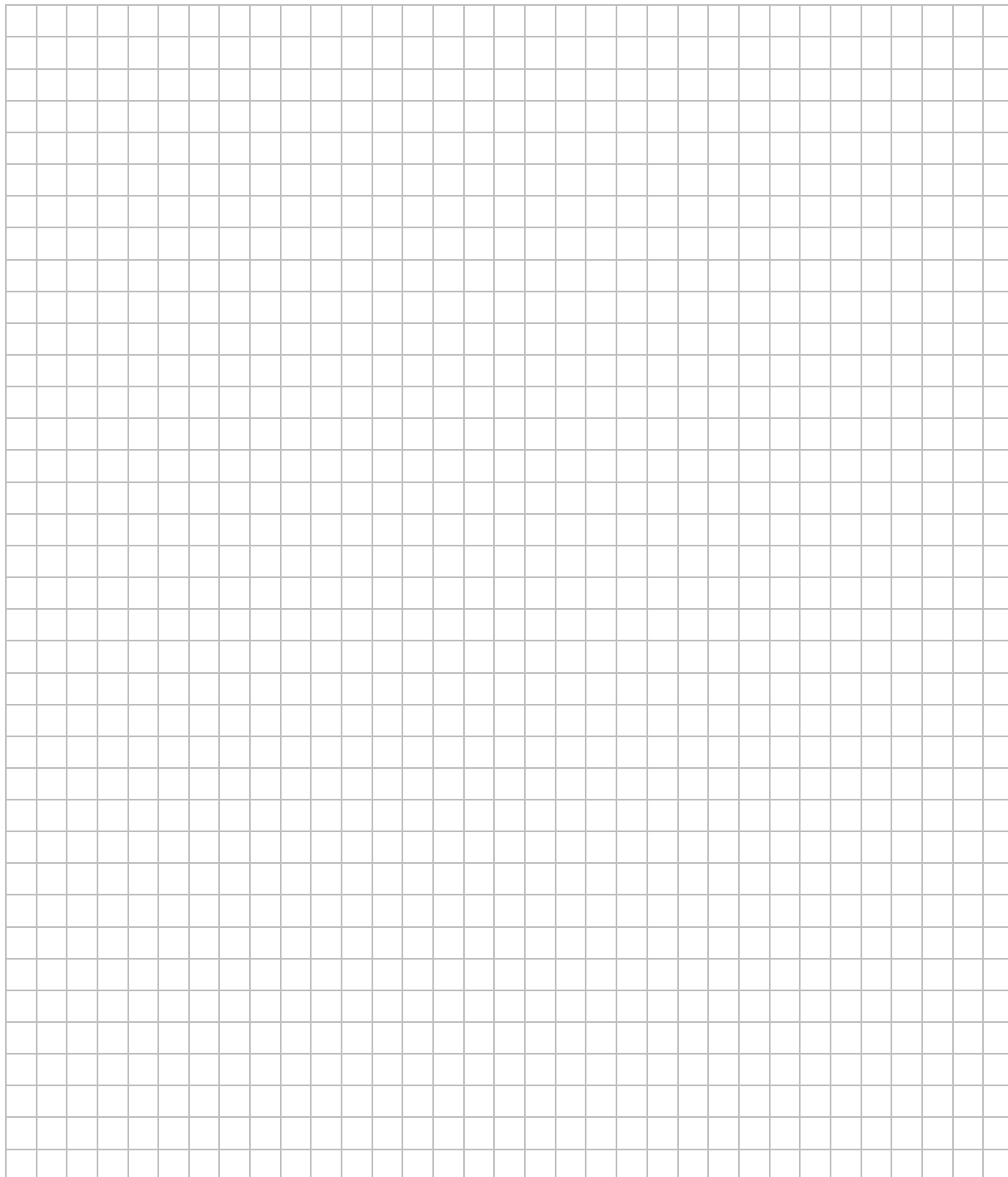
--	--	--

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 7. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony wzorem $a_n = \left(\frac{1}{2x-371}\right)^n$ dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie. Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą x , dla której nieskończony szereg $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ jest zbieżny.

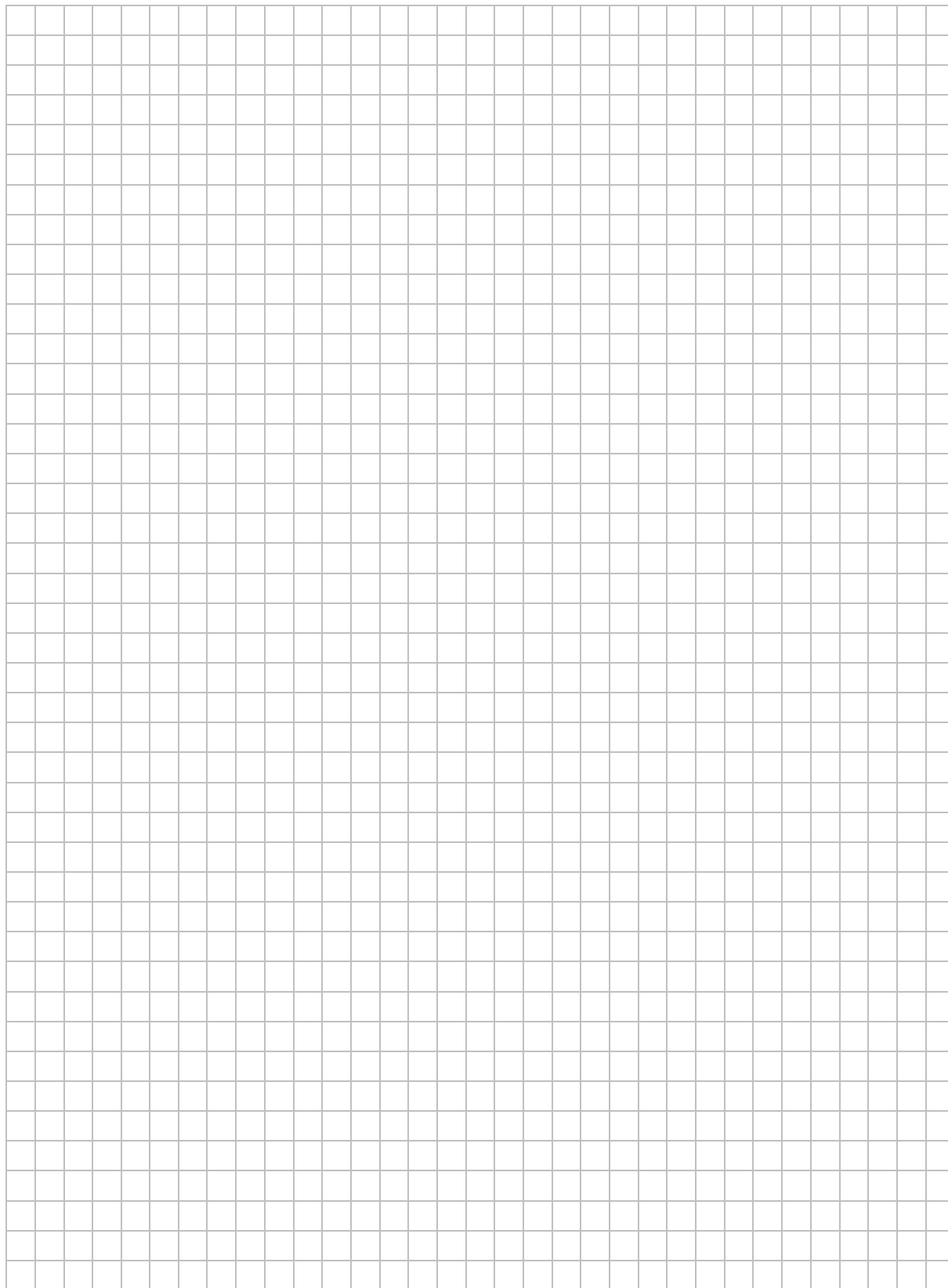


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

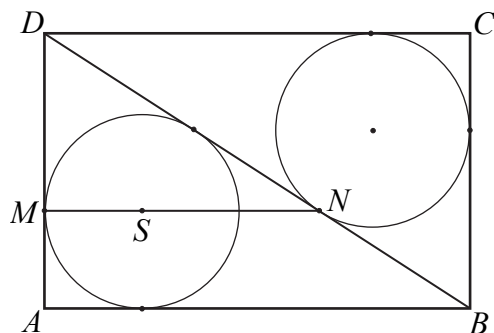
Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y takich, że $x^2 + y^2 = 2$, prawdziwa jest nierówność $x + y \leq 2$.

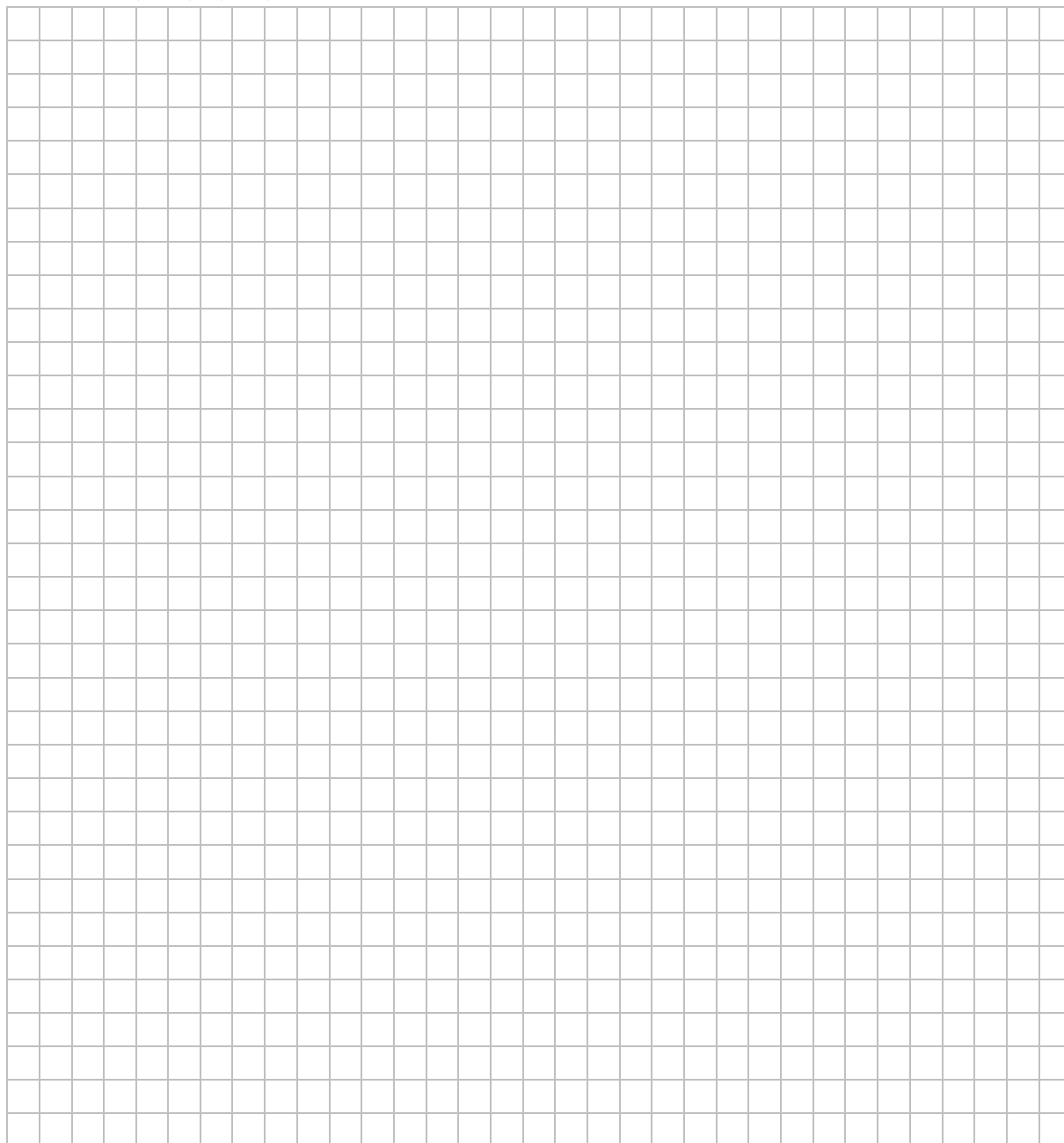


Zadanie 9. (0–3)

Dany jest prostokąt $ABCD$. Okrąg wpisany w trójkąt BCD jest styczny do przekątnej BD w punkcie N . Okrąg wpisany w trójkąt ABD jest styczny do boku AD w punkcie M , a środek S tego okręgu leży na odcinku MN , jak na rysunku.

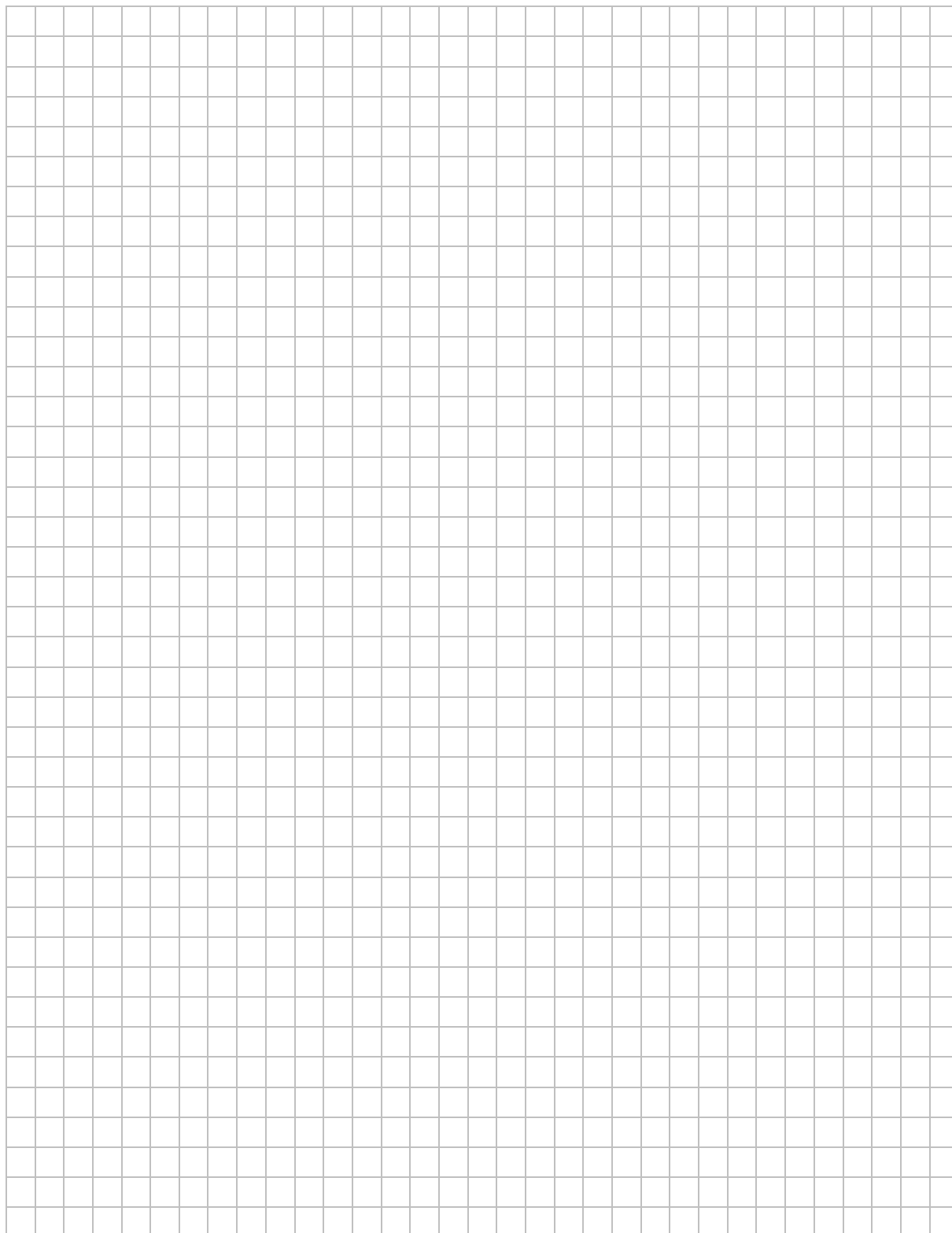


Wykaż, że $|MN| = |AD|$.



Zadanie 10. (0–4)

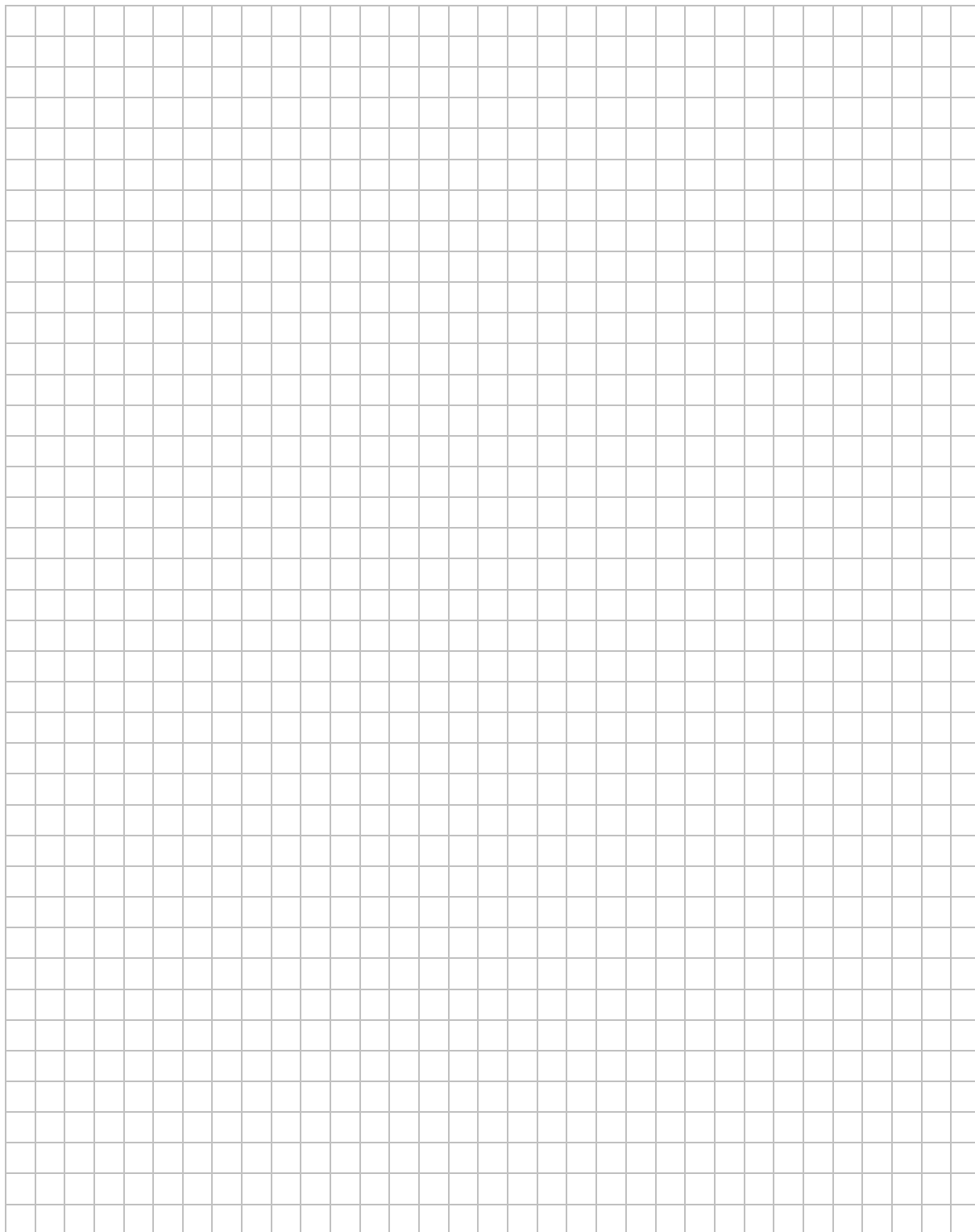
Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których wykresy funkcji f i g , określonych wzorami $f(x) = x - 2$ oraz $g(x) = 5 - ax$, przecinają się w punkcie o obu współrzędnych dodatnich.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż nierówność $\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{\cos^2 x} < 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

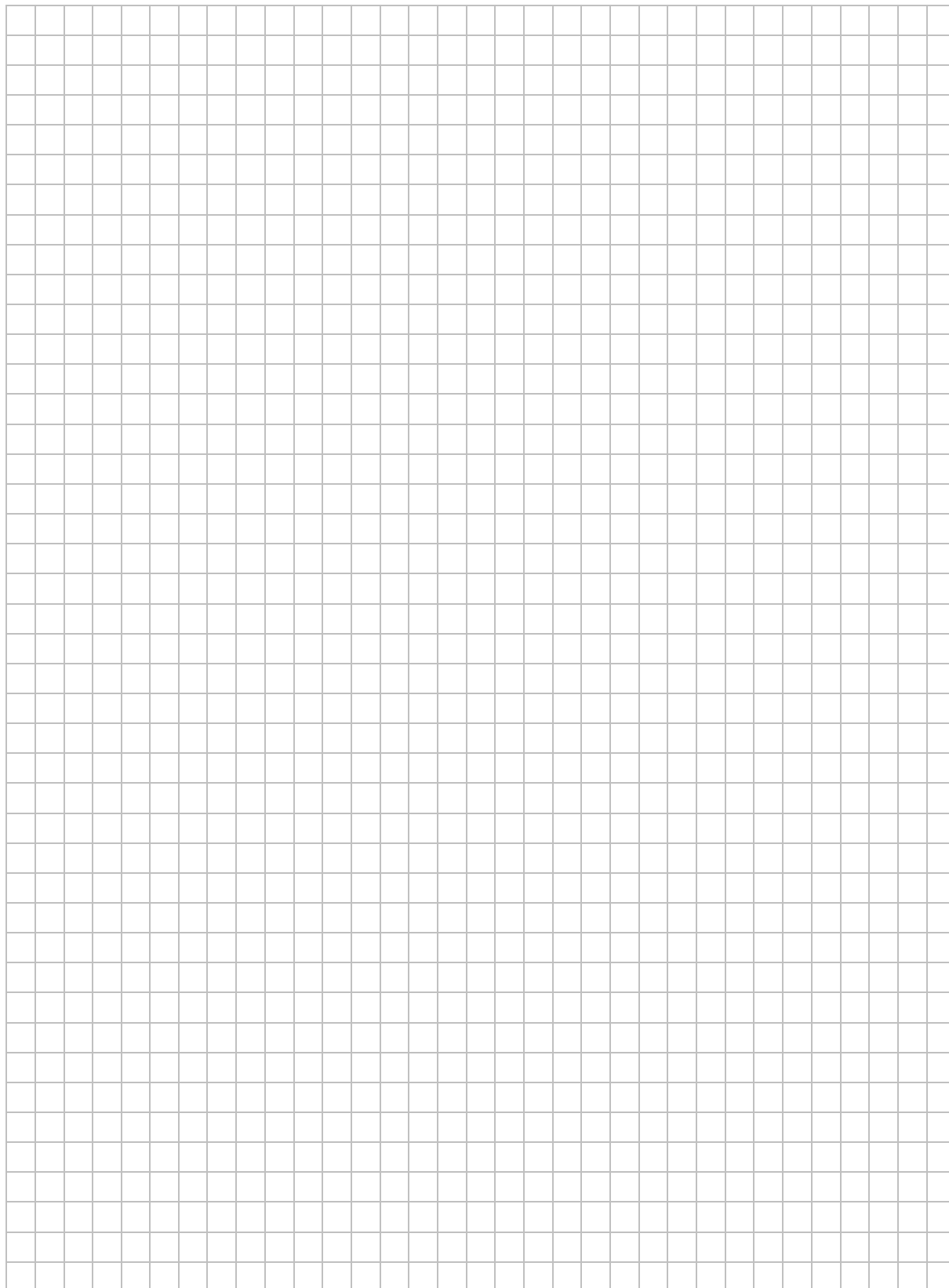


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

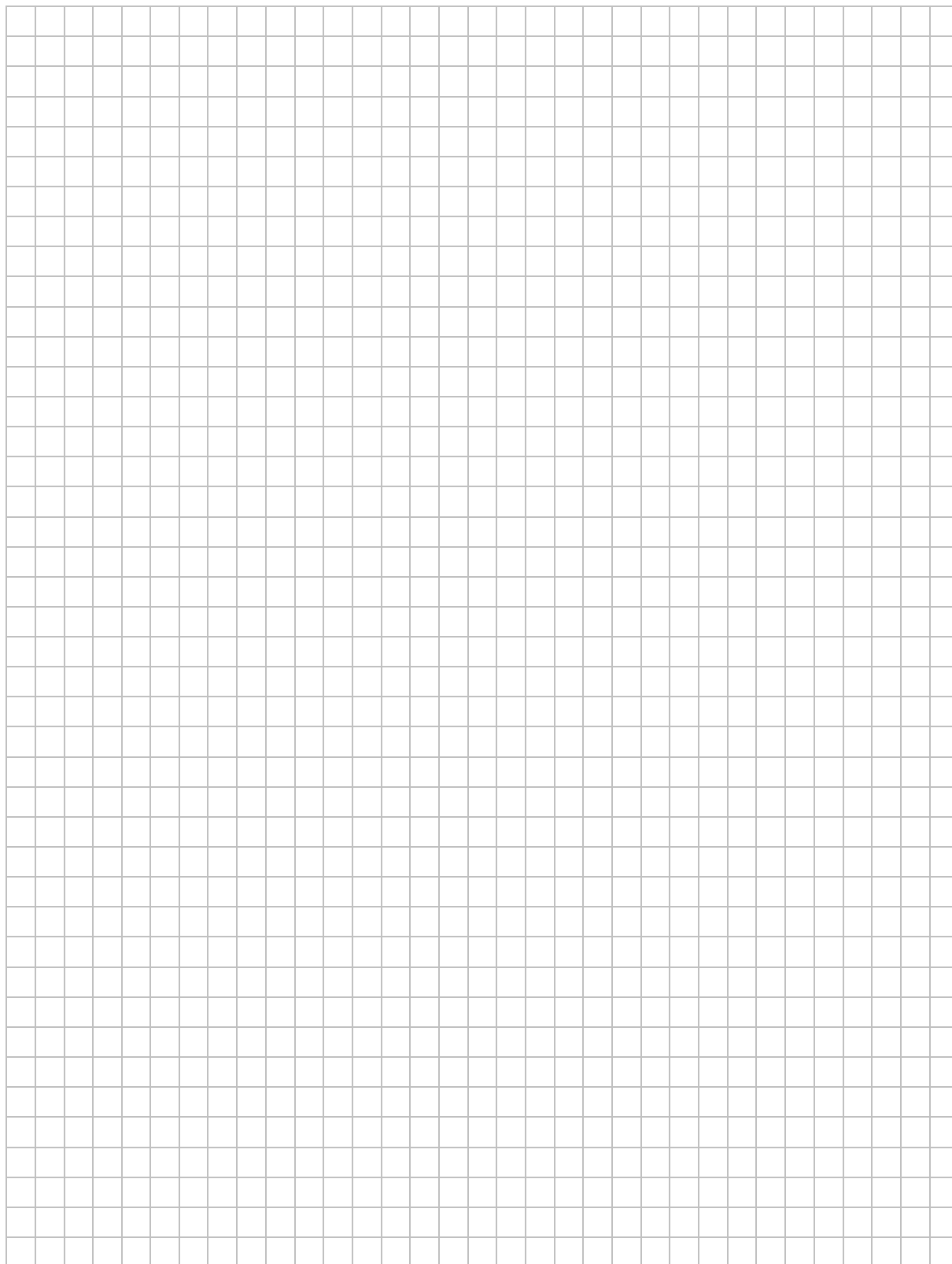
Zadanie 12. (0–6)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = x^2 + 2(m+1)x + 6m + 1$. Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m , dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $|x_1 - x_2| < 3$.



Zadanie 13. (0–5)

Punkty $A=(30, 32)$ i $B=(0, 8)$ są sąsiednimi wierzchołkami czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg. Prosta o równaniu $x-y+2=0$ jest jedyną osią symetrii tego czworokąta i zawiera przekątną AC . Oblicz współrzędne wierzchołków C i D tego czworokąta.



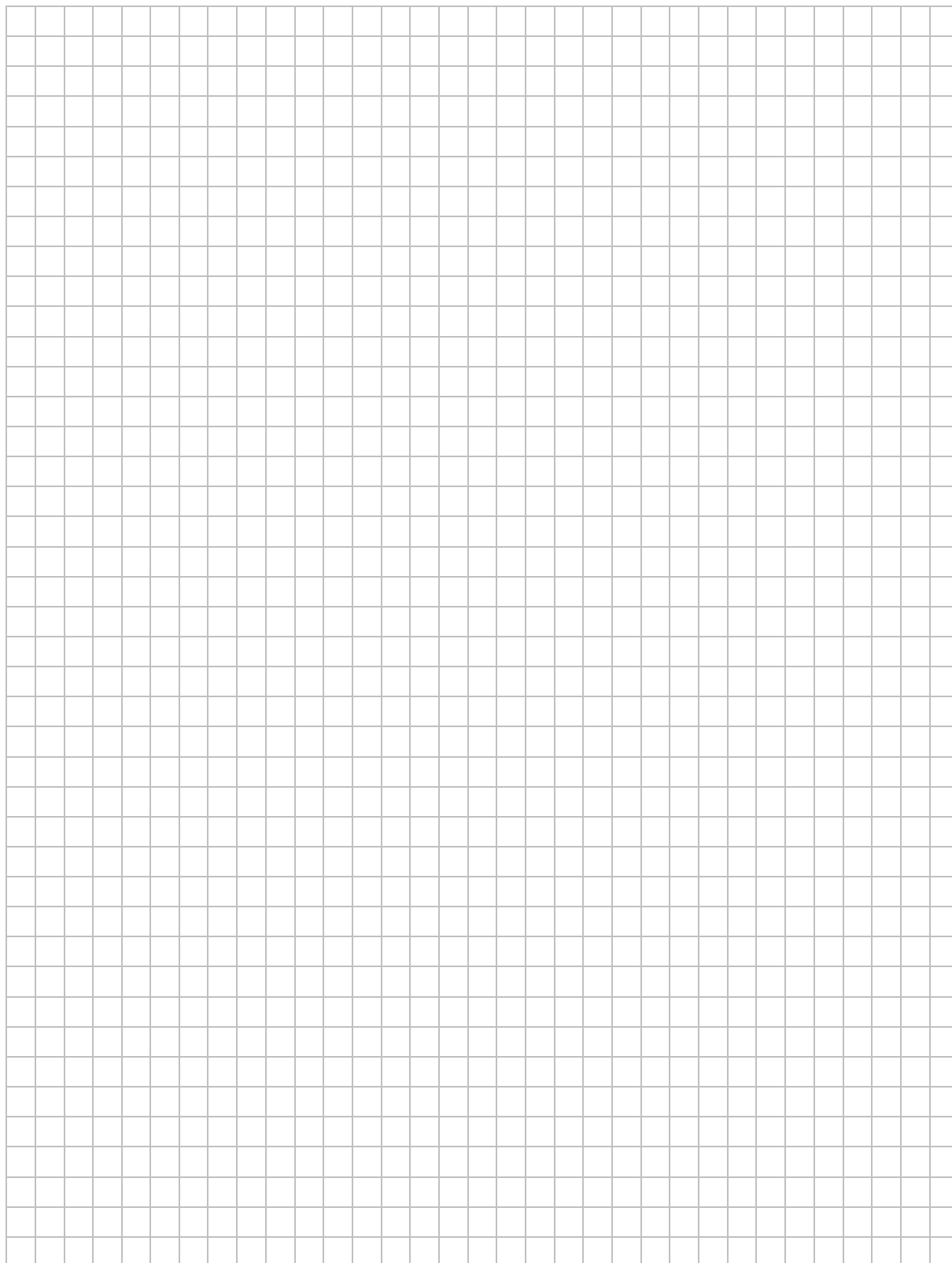
Zadanie 14. (0–3)

Rozpatrujemy wszystkie liczby naturalne dziesięciocyfrowe, w zapisie których mogą występować wyłącznie cyfry 1, 2, 3, przy czym cyfra 1 występuje dokładnie trzy razy. Uzasadnij, że takich liczb jest 15 360.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

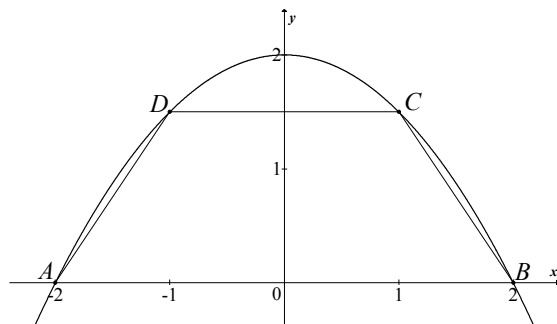
Zadanie 15. (0–6)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD$ o podstawie $ABCD$ wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę 120° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zadanie 16. (0–7)

Parabola o równaniu $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$ przecina oś Ox układu współrzędnych w punktach $A = (-2, 0)$ i $B = (2, 0)$. Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne $ABCD$, których dłuższą podstawą jest odcinek AB , a końce C i D krótszej podstawy leżą na paraboli (zobacz rysunek).



Wyznacz pole trapezu $ABCD$ w zależności od pierwszej współrzędnej wierzchołka C . Oblicz współrzędne wierzchołka C tego z rozpatrywanych trapezów, którego pole jest największe.

