

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = |3 + 5^{3-x}| - 1$ dla każdej liczby rzeczywistej. Zbiorem wartości funkcji f jest

- A. $(2, +\infty)$ B. $\langle 1, 3 \rangle$ C. $\langle -1, +\infty \rangle$ D. $(0, +\infty)$

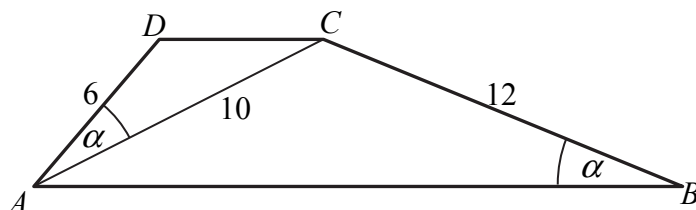
Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ$ jest równa

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD dane są: $|AD| = 6$, $|BC| = 12$, $|AC| = 10$ oraz $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle CAD|$ (zobacz rysunek).



Wówczas długość podstawy AB tego trapezu jest równa

- A. $|AB| = 18$ B. $|AB| = 20$ C. $|AB| = 22$ D. $|AB| = 24$

Zadanie 4. (0–1)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają jednakową długość. Wynika stąd, że cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 5. (0–1)

Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7n^3 + 3n}{1 + 2n + 3n^2 + 4n^5}$ jest równa

- A. $-\infty$ B. $-\frac{7}{4}$ C. 0 D. $+\infty$

Zadanie 6. (0–2)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony dla $n \geq 1$, w którym iloraz jest równy pierwszemu wyrazowi, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 12. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu. Zakoduj kolejno pierwsze trzy cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 7. (0–2)

Dane są zdarzenia losowe $A, B \subset \Omega$ takie, że $P(A) = \frac{2}{7}$ i $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$. Oblicz $P(B \setminus A)$, gdzie zdarzenie $B \setminus A$ oznacza różnicę zdarzeń B i A . Zakoduj kolejno pierwsze trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

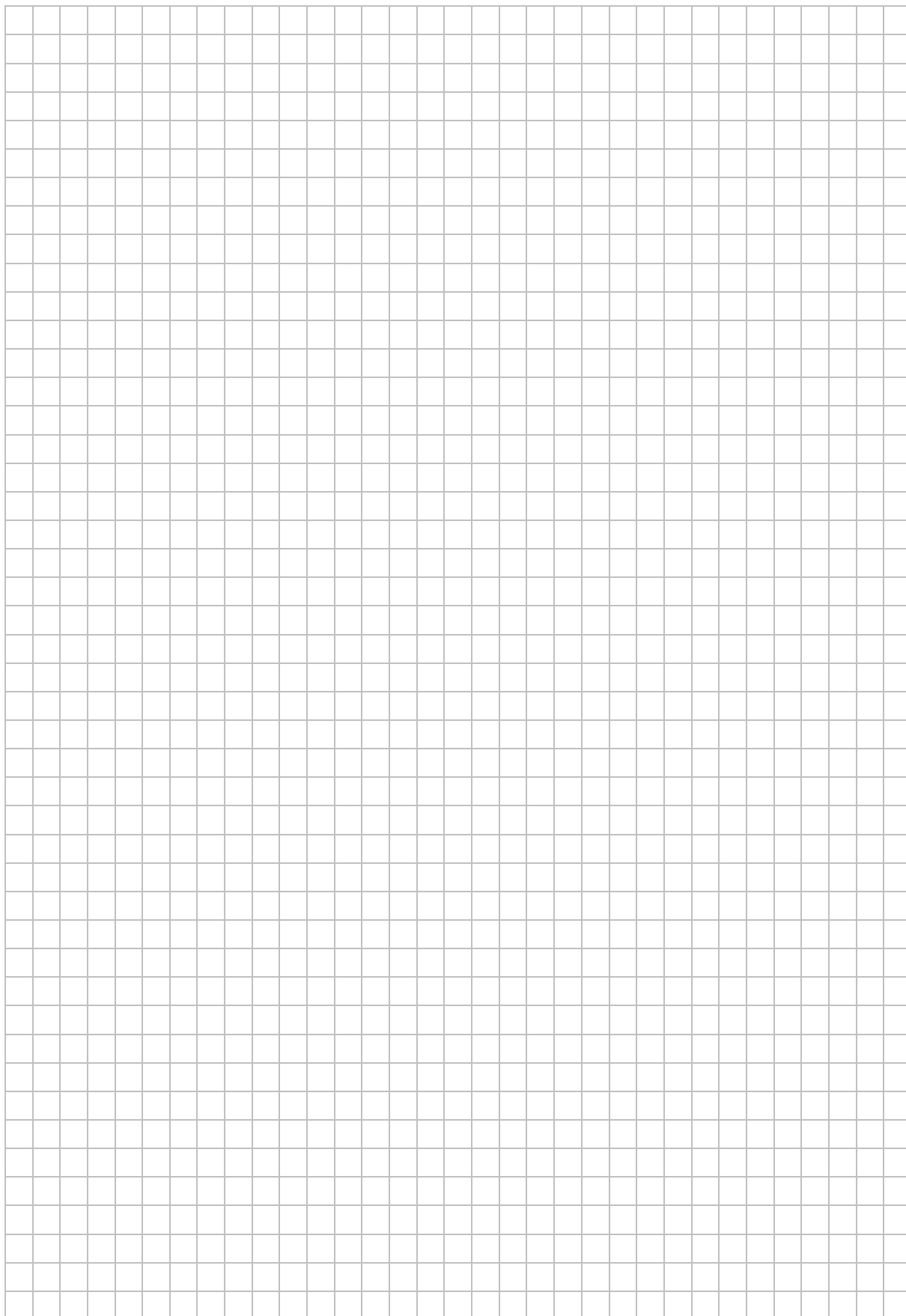
--	--	--

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

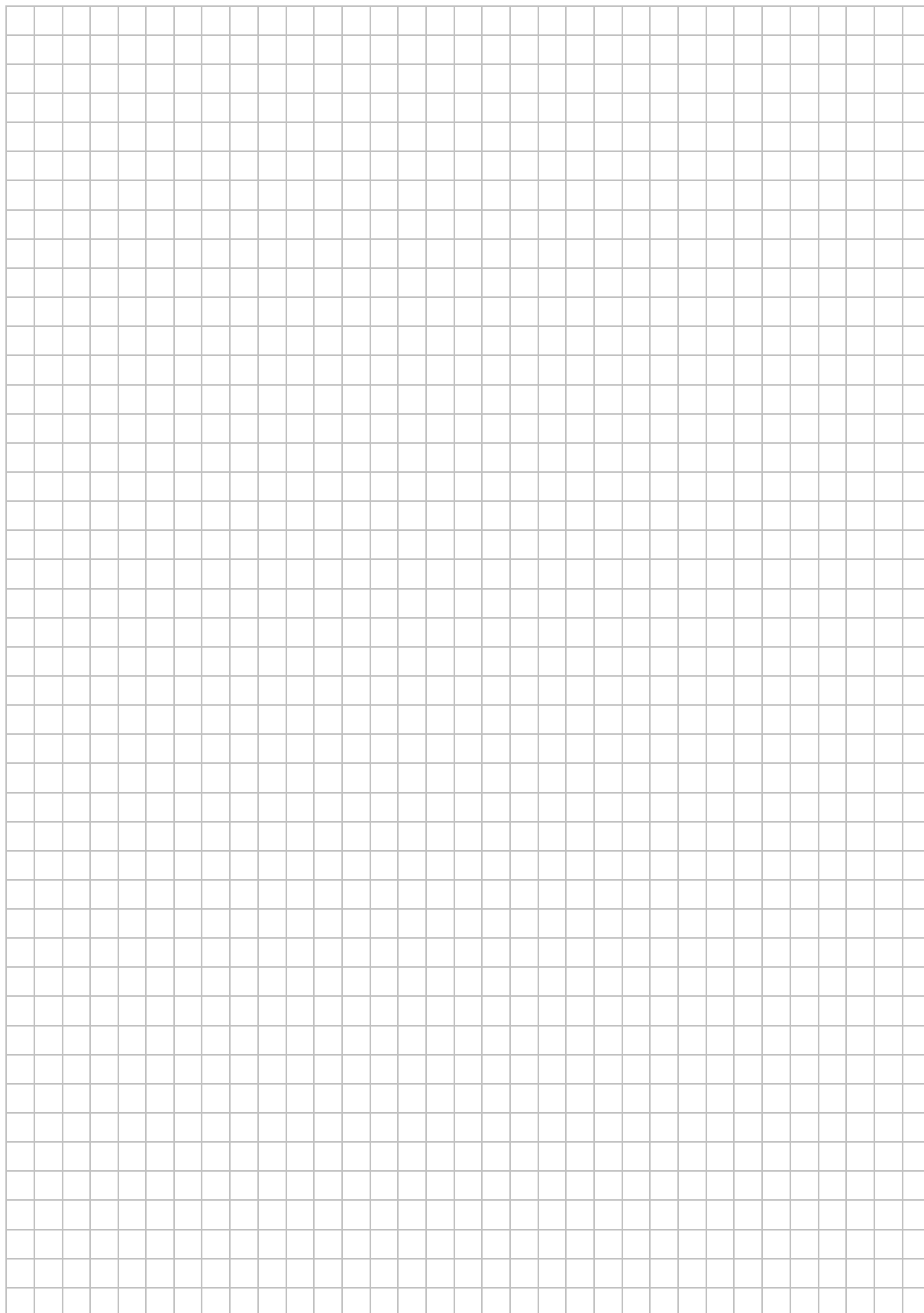
Zadanie 8. (0–4)

Wykaż, że dla $a, b, c, d > 0$ prawdziwa jest nierówność $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{c+d} \geq \sqrt{ac} + \sqrt{bd}$.



Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż nierówność $|x^2 - 3x + 2| \geq |x - 1|$.



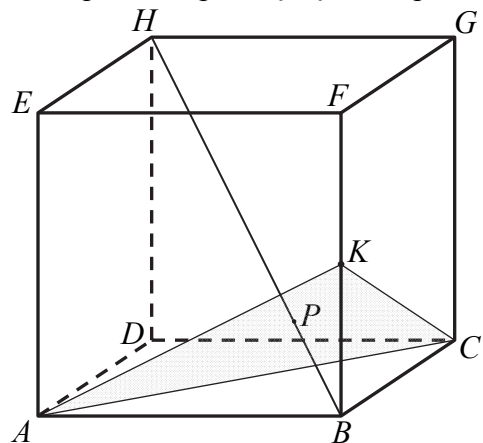
Zadanie 10. (0–3)

Dany jest ciąg (a_n) określony dla każdej liczby całkowitej $n \geq 1$, w którym $a_4 = 4$ oraz dla każdej liczby $n \geq 1$ prawdziwa jest równość $a_{n+1} = a_n + n - 4$. Oblicz pierwszy wyraz ciągu (a_n) i ustal, czy ciąg ten jest malejący.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 11. (0–3)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przez wierzchołki A i C oraz środek K krawędzi BF poprowadzono płaszczyznę, która przecina przekątną BH w punkcie P (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|BP| : |HP| = 1 : 3$.

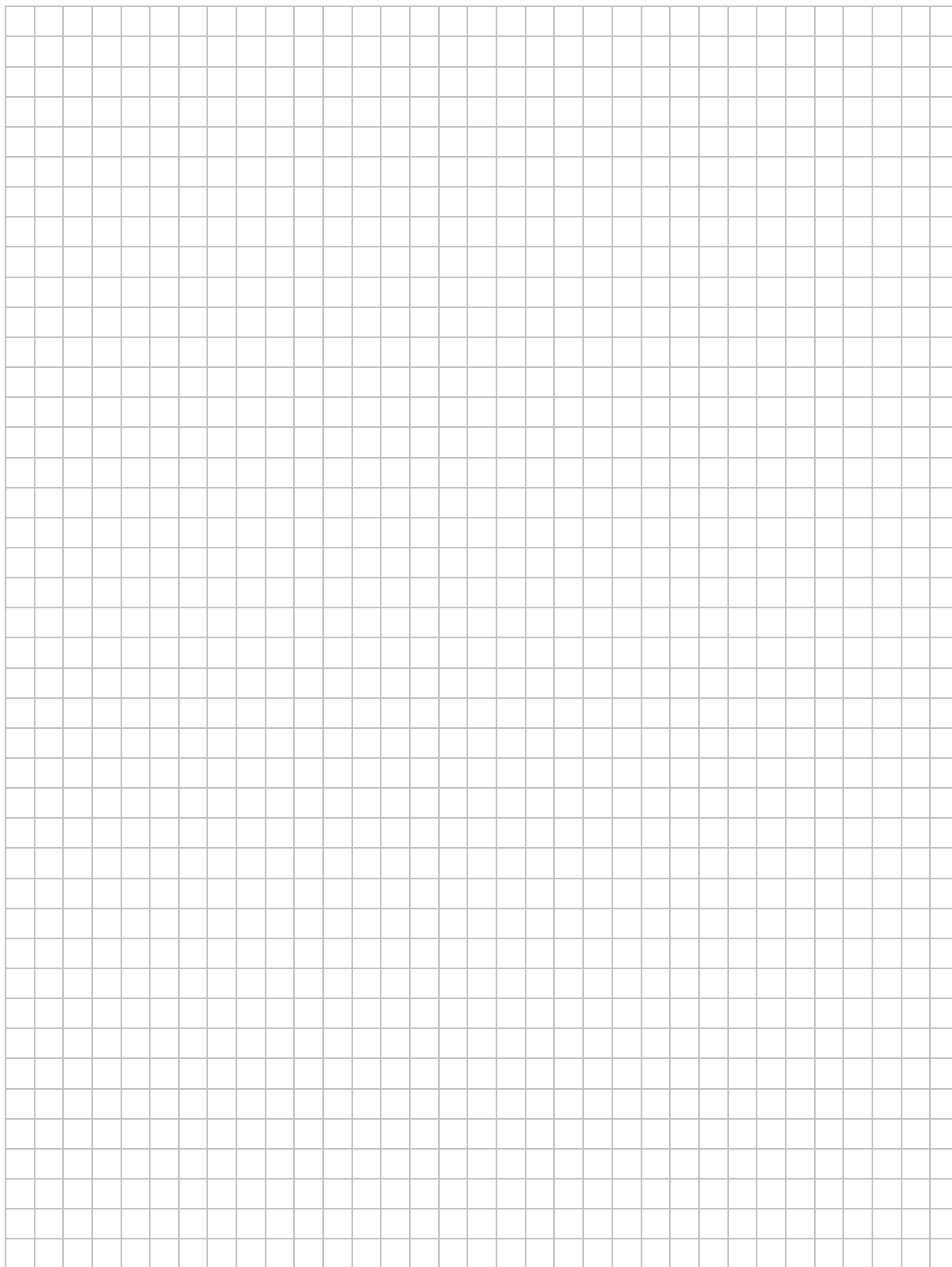


Zadanie 12. (0–4)

Liczba m jest sumą odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania

$$k^2x^2 + (k-1)x + 1 = 0, \text{ gdzie } k \neq 0.$$

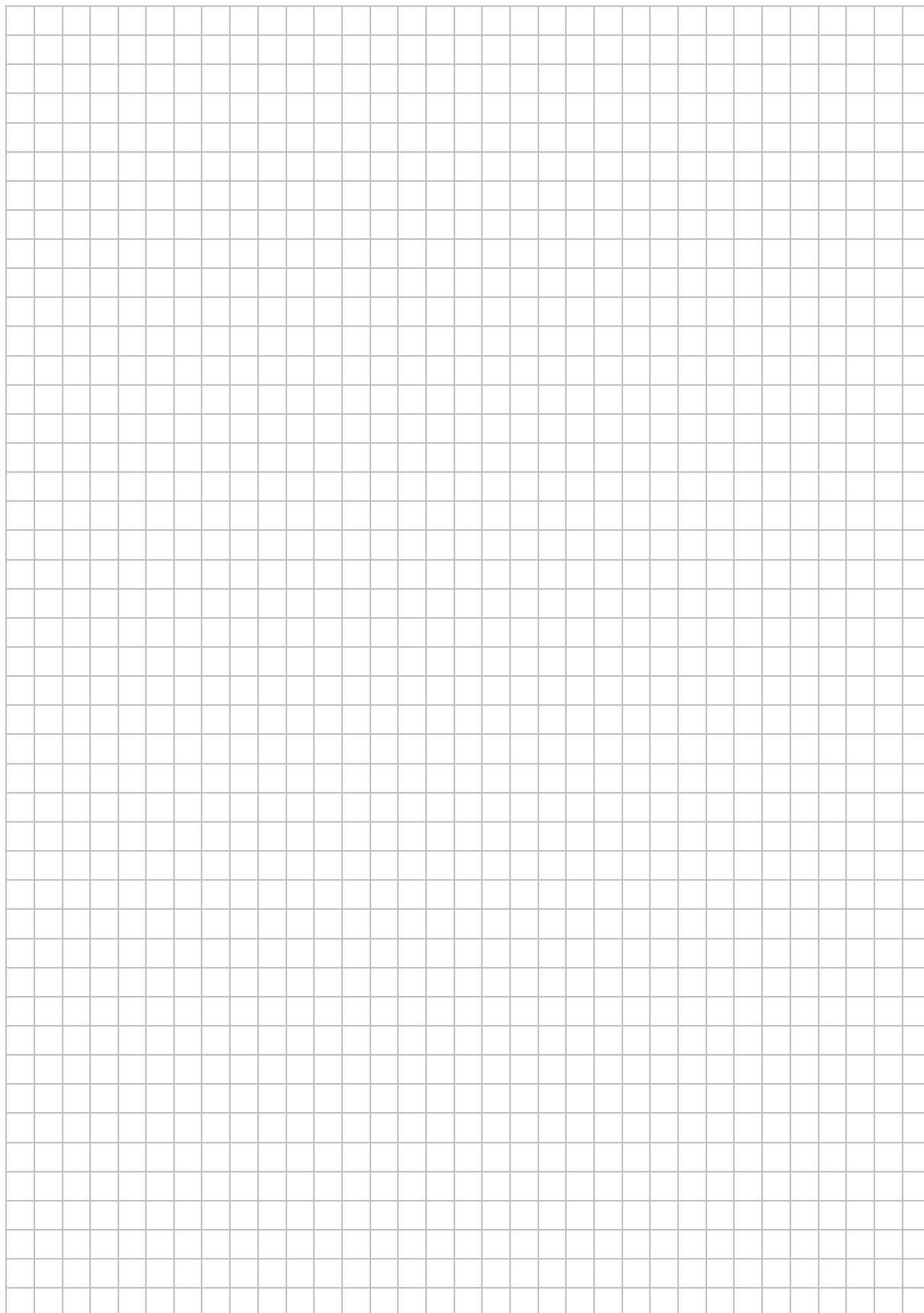
Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej wzorem $f(x) = 2^m$.



Odpowiedź:

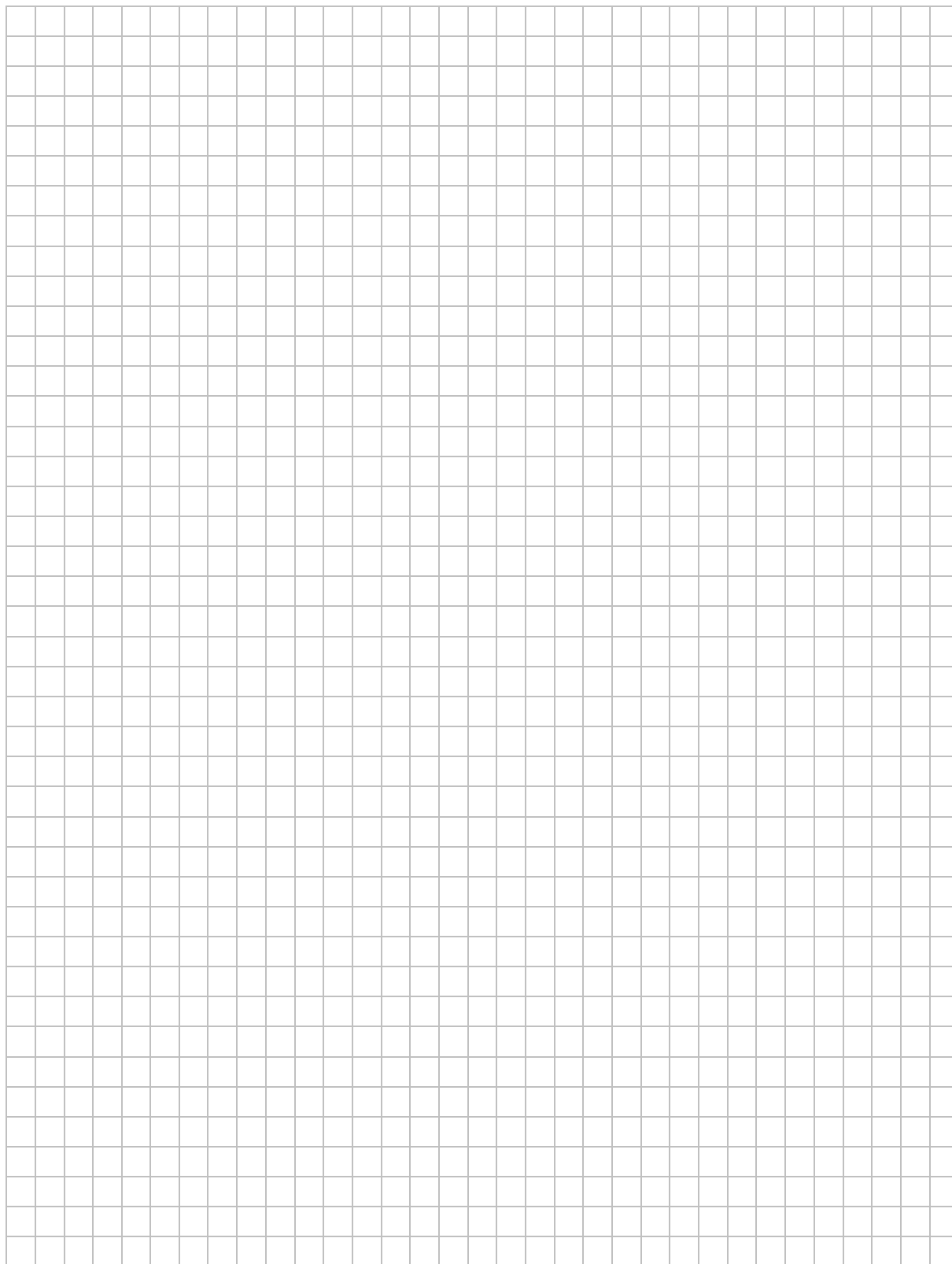
Zadanie 13. (0–3)

Rozwiąż nierówność $(2 \sin x - 3)(2 \sin x + 1) > 0$ w przedziale $x \in (0, 2\pi)$.



Zadanie 14. (0–4)

W trójkącie prostokątnym stosunek różnicy długości przyprostokątnych do długości przeciwprostokątnej jest równy $\frac{1}{2}$. Oblicz cosinusy kątów ostrych tego trójkąta.



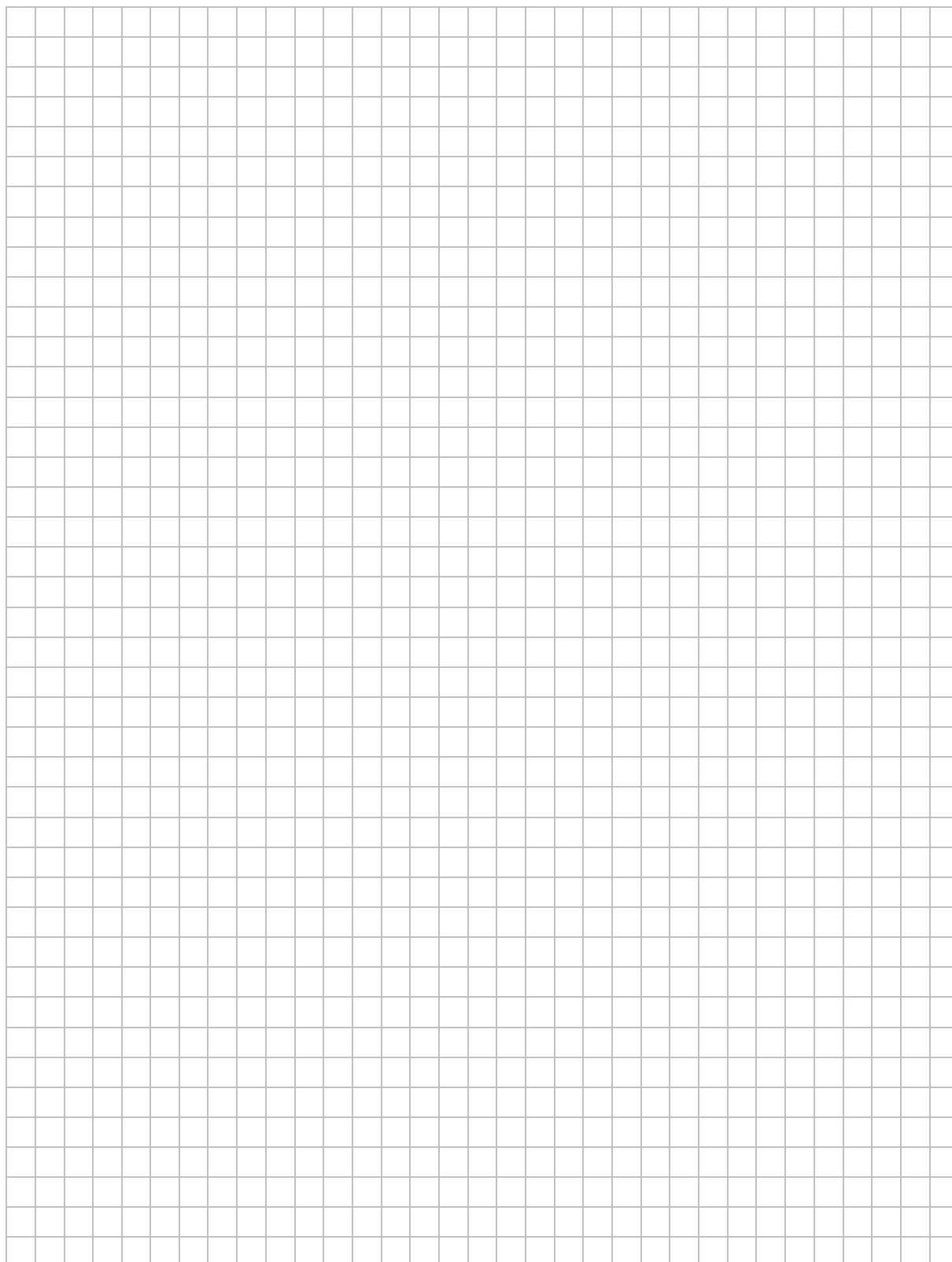
Zadanie 15. (0–4)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie trzy cyfry nieparzyste.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

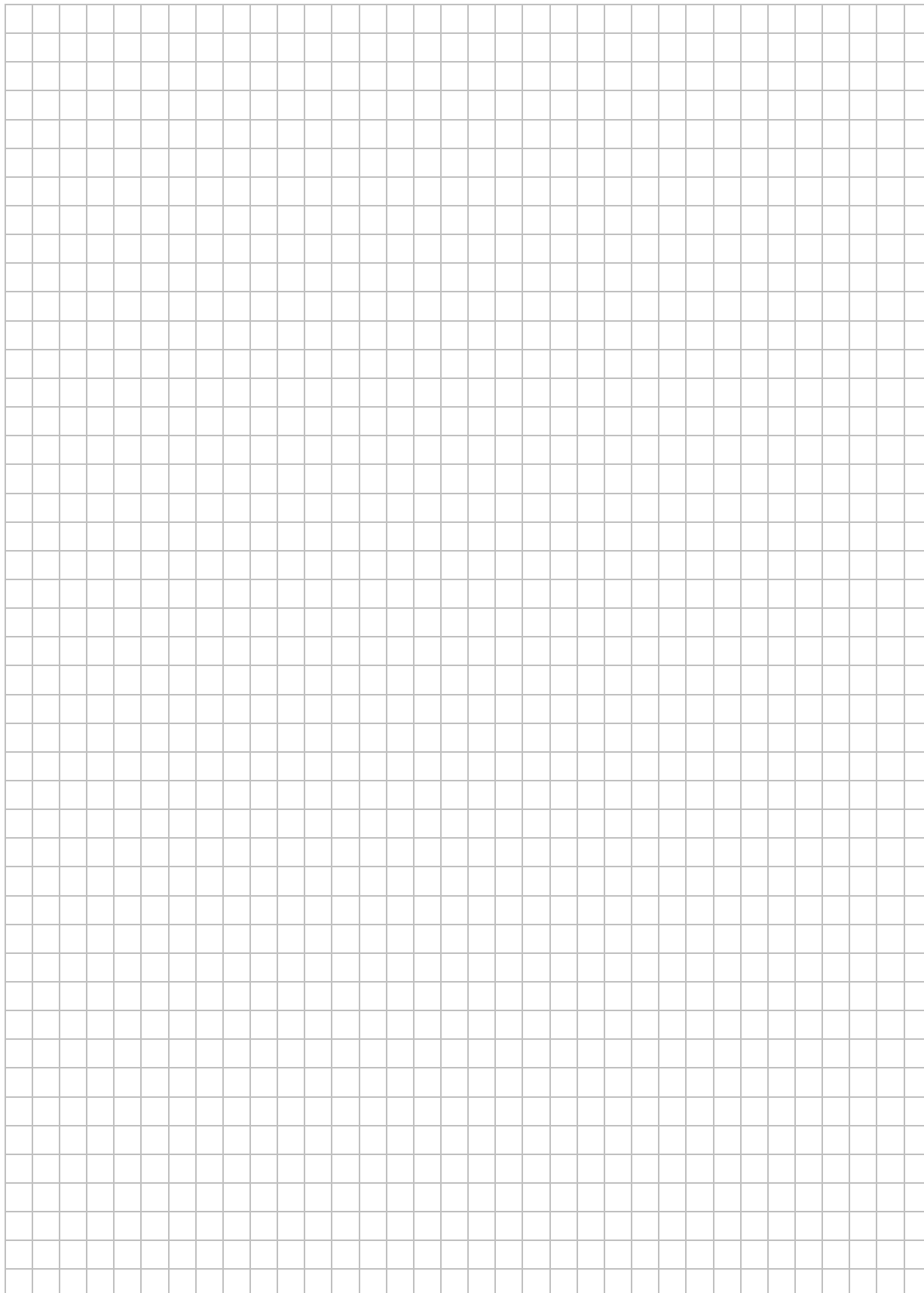
Zadanie 16. (0–5)

Punkty $A = (-7, -2)$ i $B = (4, -7)$ są wierzchołkami podstawy trójkąta równoramiennego ABC , a wysokość opuszczona z wierzchołka A tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $2x + 19y + 52 = 0$. Oblicz współrzędne wierzchołka C .



Zadanie 17. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie walce, których pole powierzchni całkowitej jest równe 2π . Oblicz promień podstawy tego walca, który ma największą objętość. Podaj tę największą objętość.

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to perform calculations and show their work.