

W każdym z zadań 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wielomian $W(x) = 2x^3 - bx^2 - 1$ jest podzielny przez dwumian $x + 1$. Wynika stąd, że

- A. $b = -3$ B. $b = -1$ C. $b = 1$ D. $b = 3$

Zadanie 2. (0–1)

Okrąg o równaniu $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$ ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu

- A. $x = 0$ B. $y = 0$ C. $y = -x$ D. $y = x$

Zadanie 3. (0–1)

Funkcja określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = x^5 + 5x - 1$

- A. ma więcej niż dwa minima lokalne.
B. ma dokładnie dwa minima lokalne.
C. ma dokładnie jedno minimum lokalne.
D. nie ma minimum lokalnego.

Zadanie 4. (0–1)

Każda liczba x należąca do przedziału otwartego $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ spełnia nierówność

- A. $\operatorname{tg} x > \sin x$
B. $\cos x > \sin x$
C. $\cos x > \operatorname{tg} x$
D. $\operatorname{tg} x > \cos x$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem $f(x) = 3^{x-2} + 3$. Prosta l ma równanie $y = 3,3$. Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji f i prosta l ?

- A. Zero.
B. Jeden.
C. Dwa.
D. nieskończenie wiele.

W zadaniu 6. zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (0–2)

Dane są liczby a, b takie, że $a - b = 4$ i $ab = 7$. Oblicz $a^3b + ab^3$. Zakoduj w kratkach poniżej kolejno, od lewej do prawej, cyfry setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Cyfra	setek	dziesiątek	jedności

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Rozwiązania zadań 7.–18. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 7. (0–2)

Długości boków prostokąta są równe 3 oraz 5. Oblicz sinus kąta ostrego, który tworzą przekątne tego prostokąta.

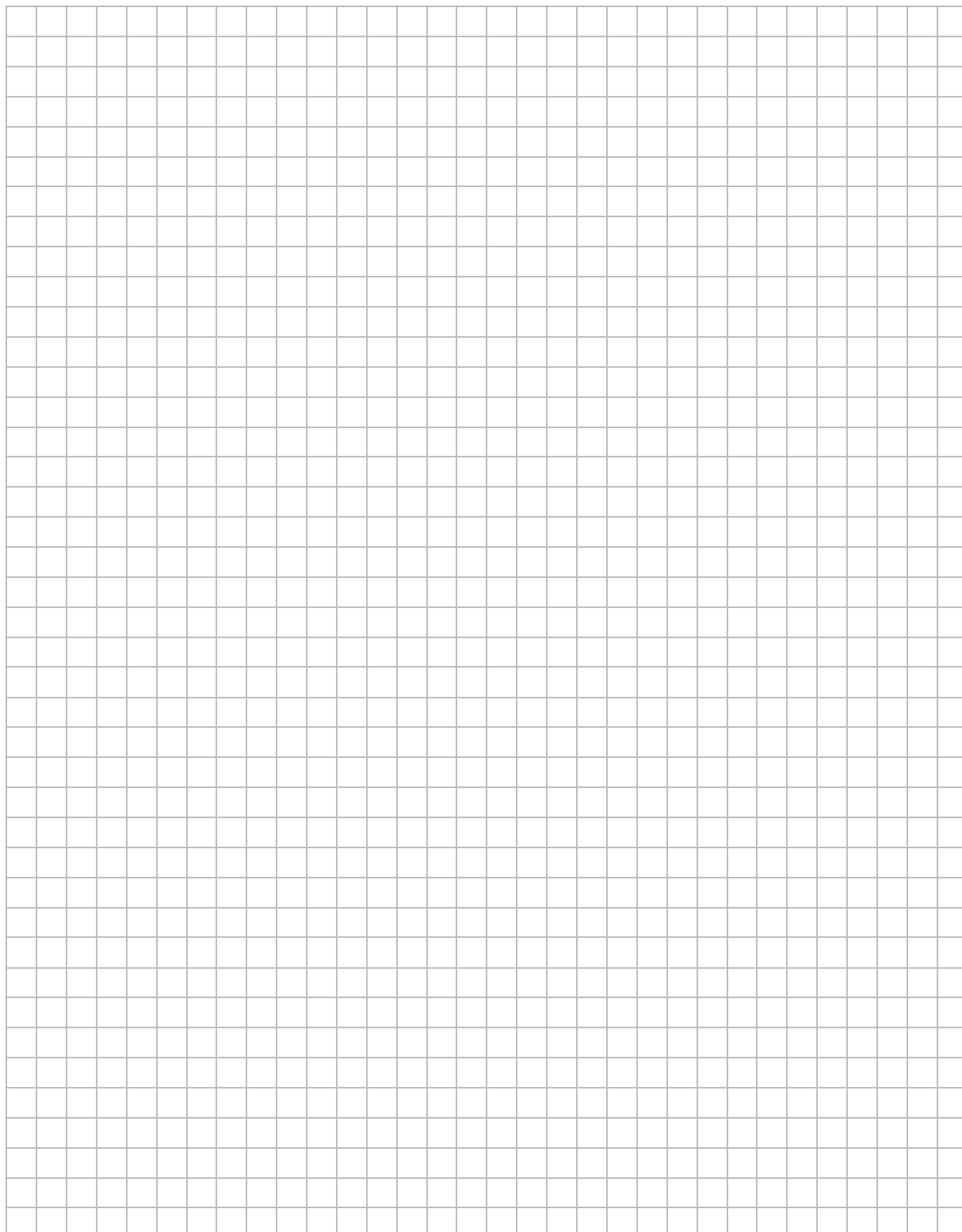
This image shows a full page of blank graph paper. The background is a very light gray, and it is covered by a precise grid of thin, medium-gray lines. The grid consists of small, equal-sized squares that extend across the entire visible area of the page, providing a standard template for technical drawing or mathematics.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–2)

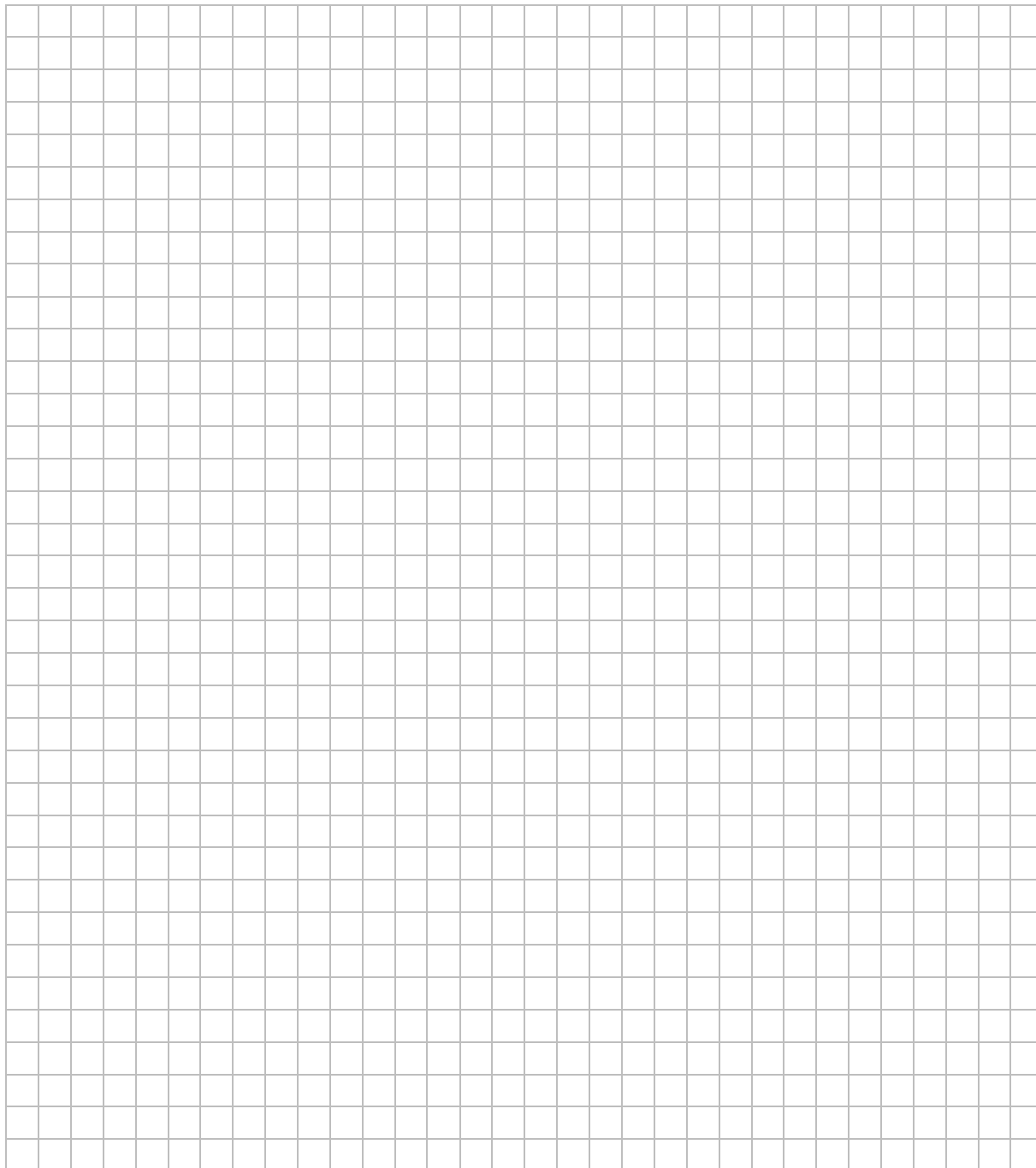
Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n+2} - \frac{(n+2)^2}{n+444} \right)$.



Odpowiedź:

Zadanie 9. (0–2)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{x-4}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 4$. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x = 12$.

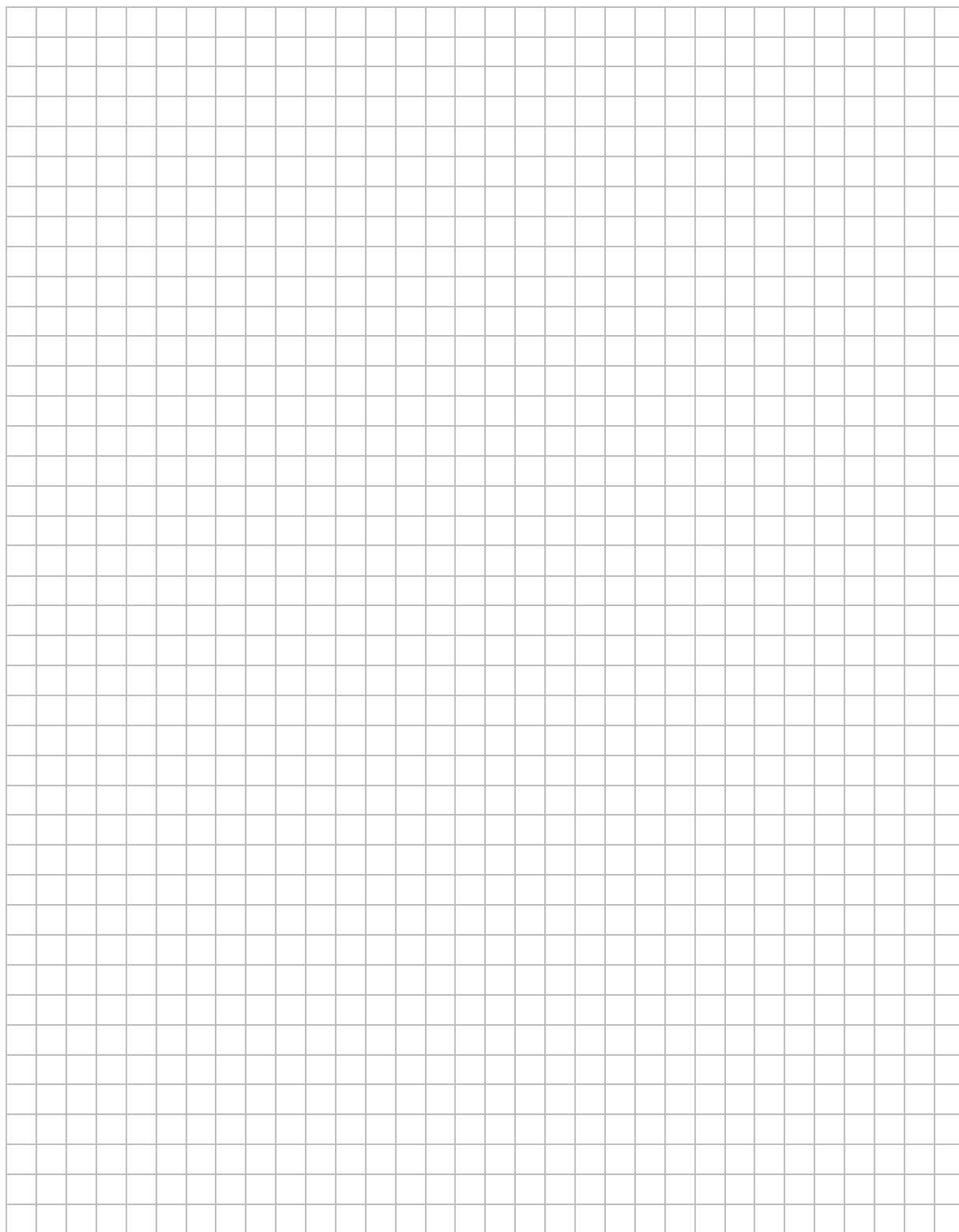


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–3)

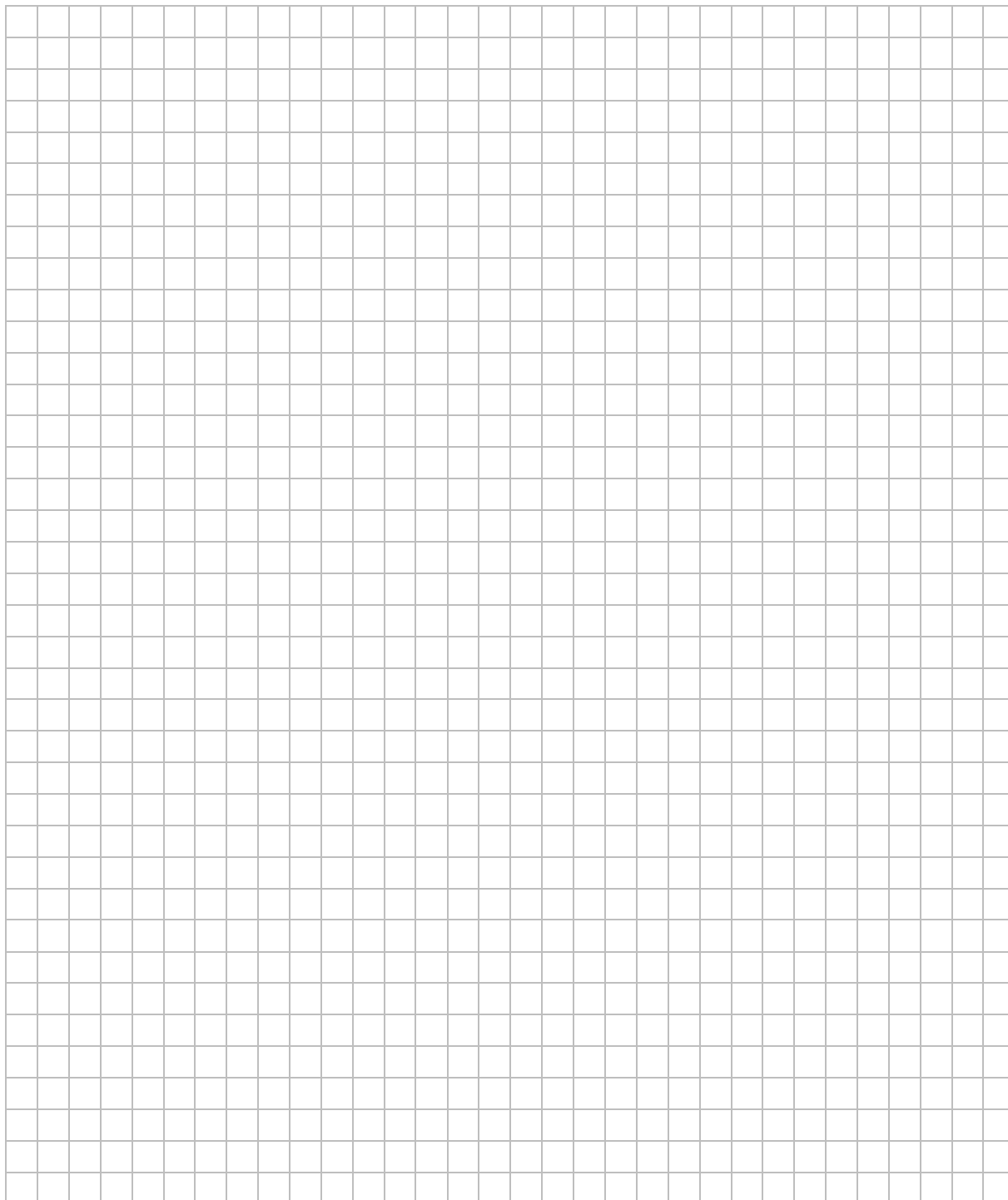
Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^4$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f , która jest równoległa do prostej $y = 4x + 7$.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–3)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x , spełniające równanie $\sin 5x - \sin x = 0$.

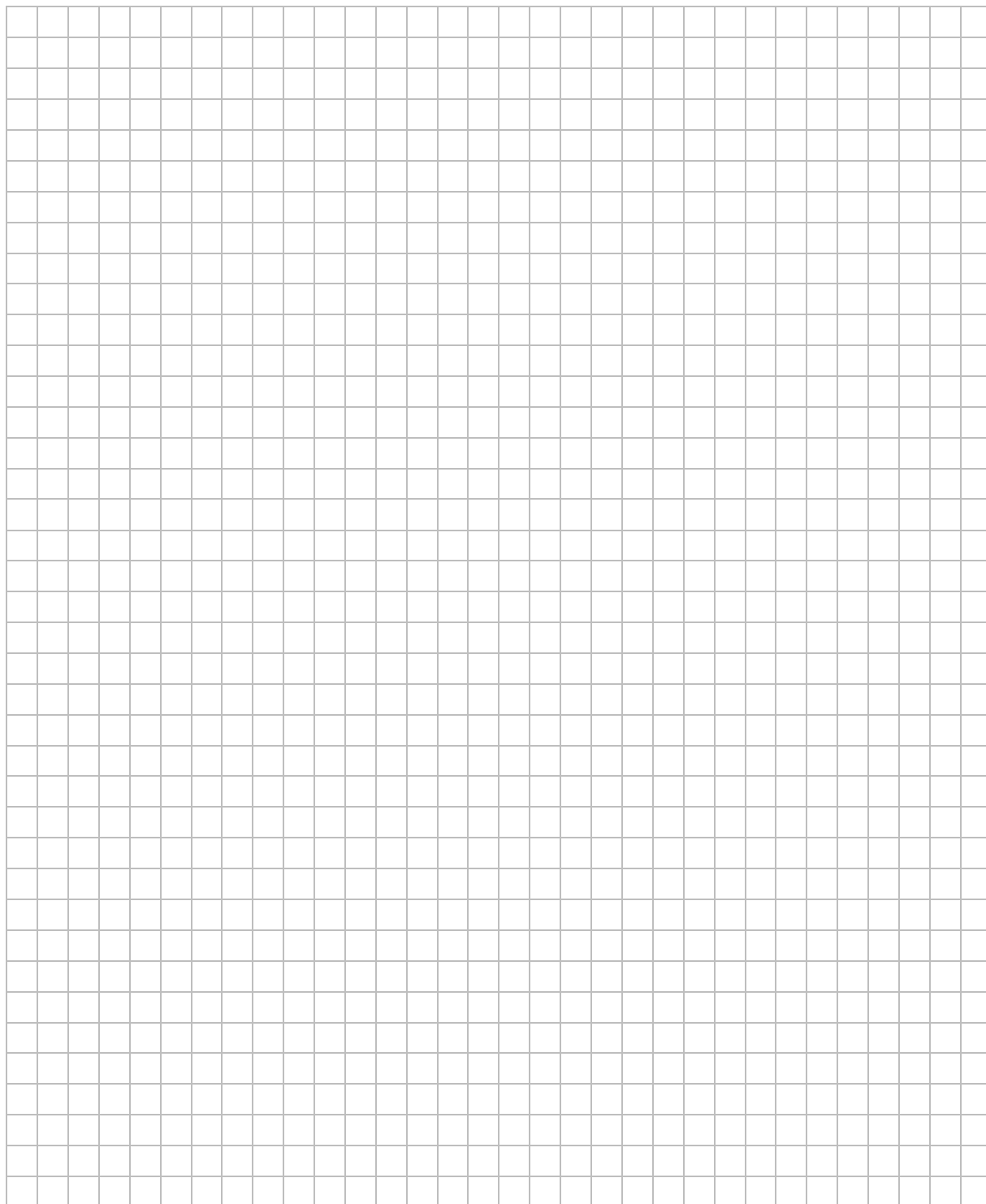


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–3)

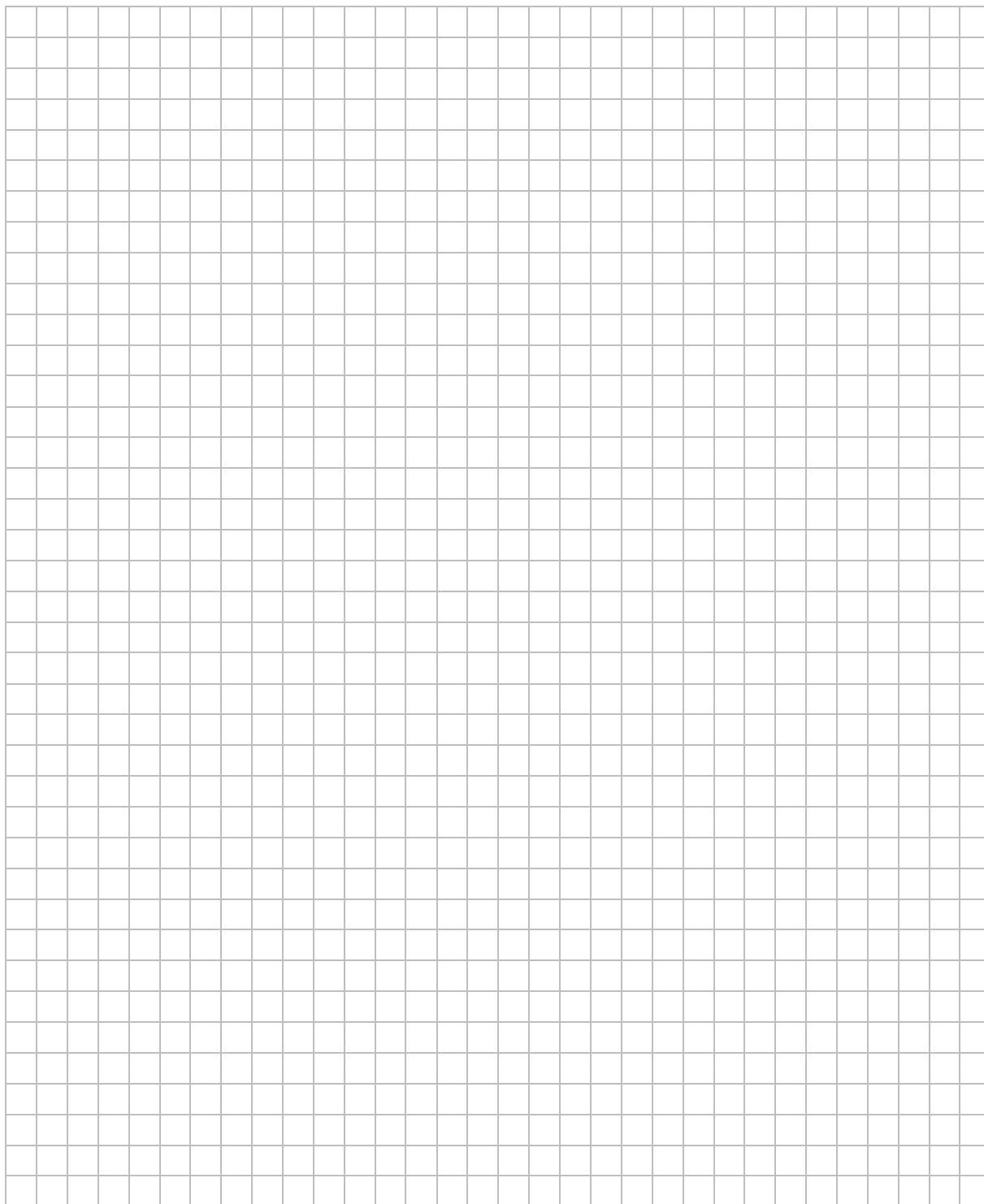
Niech P_n oznacza pole koła o promieniu $\frac{1}{2^n}$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (P_n) .



Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–3)

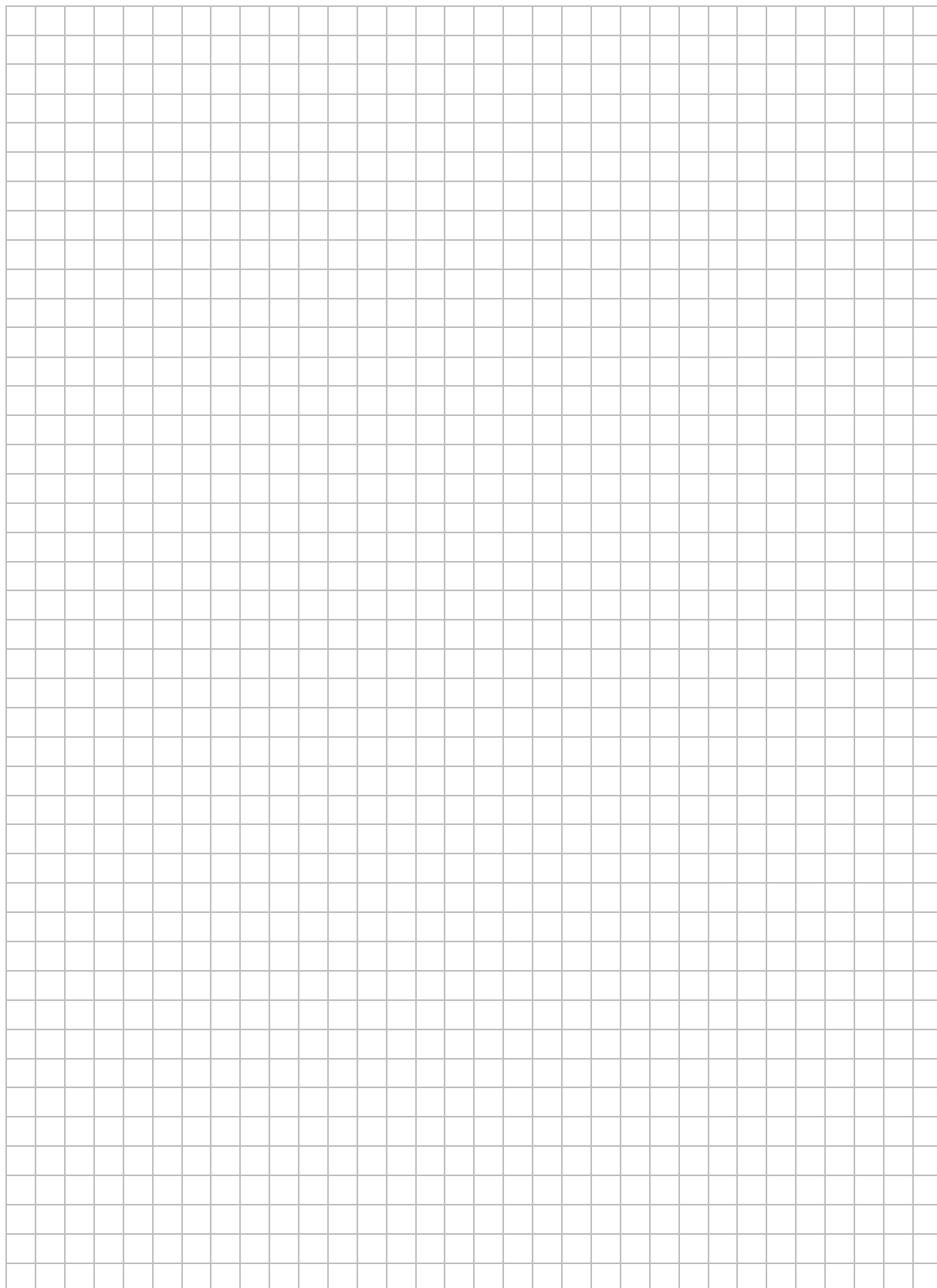
Wykaż, że jeżeli $a > b \geq 1$, to $\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3}$.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.	13.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

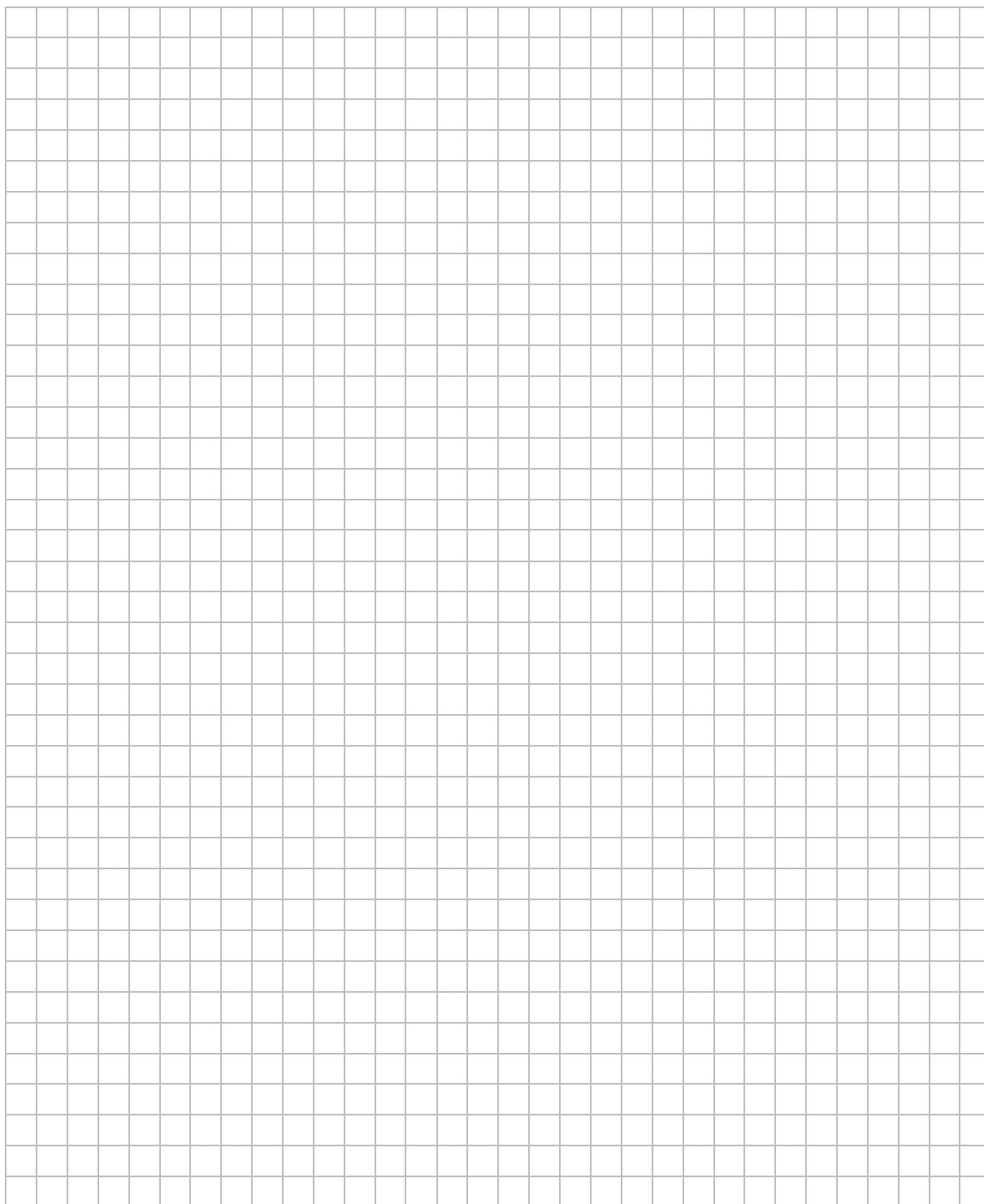
Zadanie 14. (0–4)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami wewnętrznymi trójkąta i $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2 \gamma$, to $\cos \gamma < 0$.



Zadanie 15. (0–3)

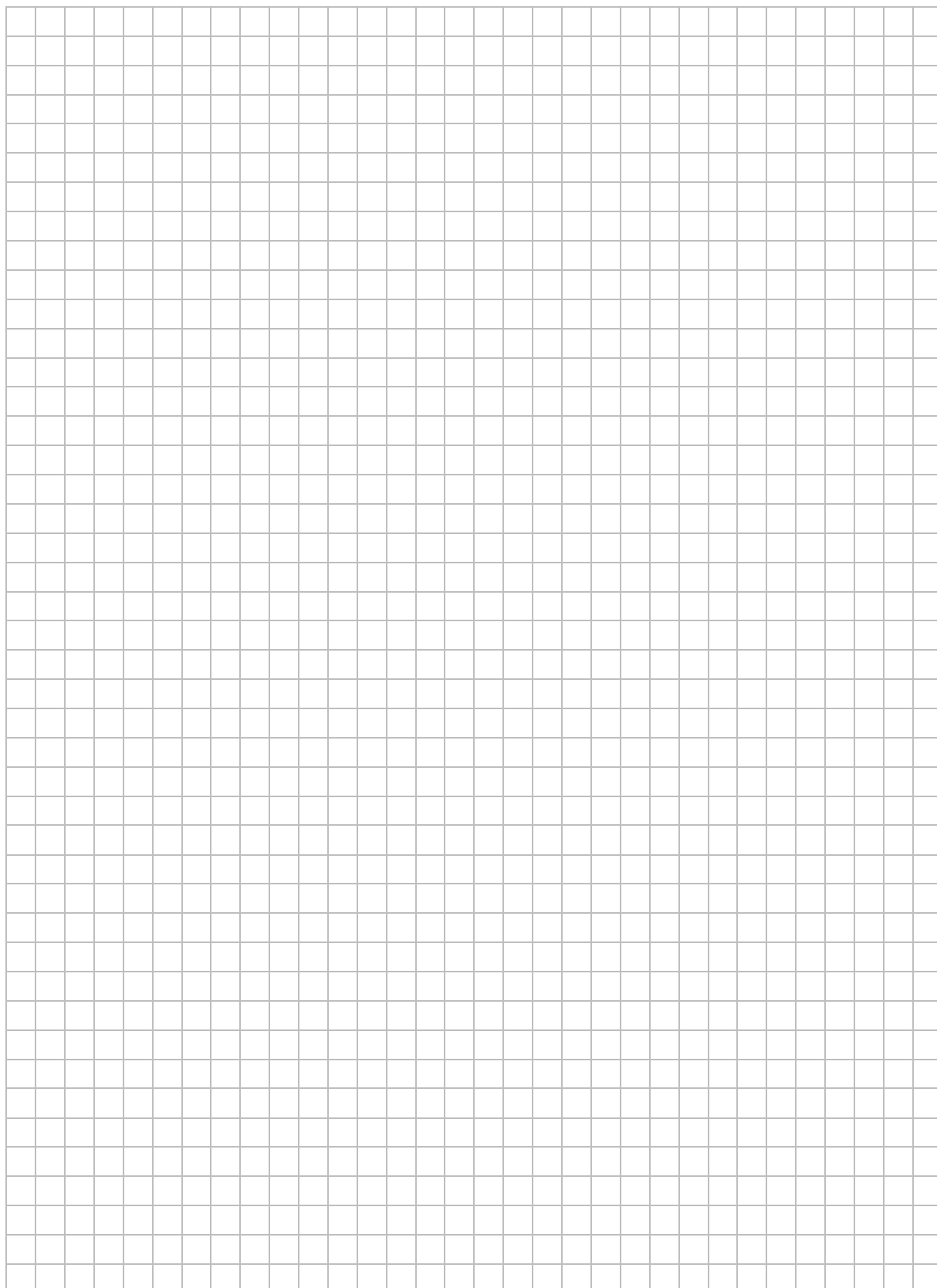
Punkt E jest środkiem boku BC prostokąta $ABCD$, w którym $AB > BC$. Punkt F leży na boku CD tego prostokąta oraz $\sphericalangle AEF = 90^\circ$. Udowodnij, że $\sphericalangle BAE = \sphericalangle EAF$.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.	15.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

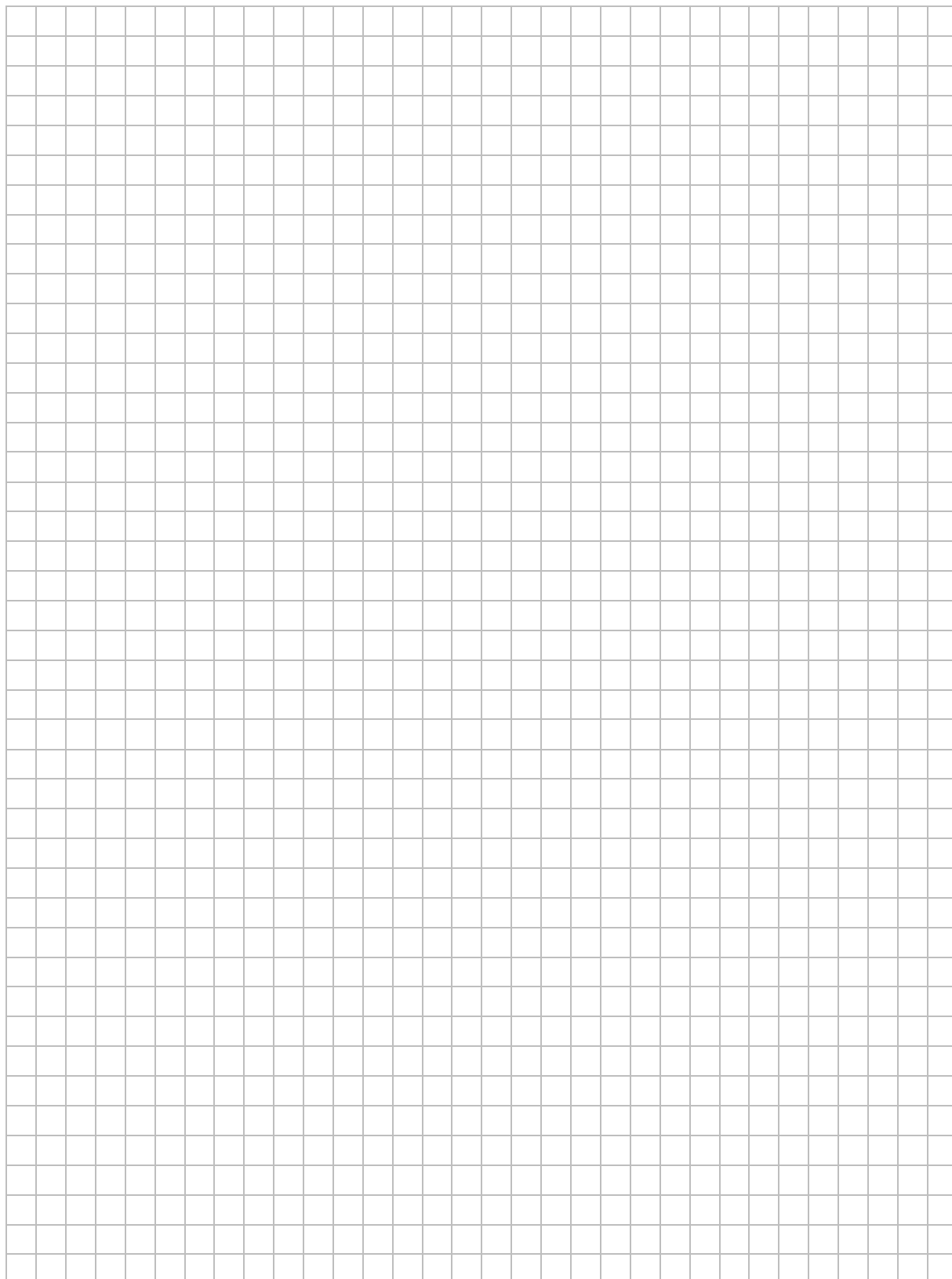
Zadanie 16. (0–5)

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej jedną „jedynekę”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „szóstkę”.

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to perform calculations or draw a probability tree diagram.

Zadanie 17. (0–6)

Dany jest okrąg o_0 o równaniu $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$. W pierwszej „ćwiartce” układu współrzędnych istnieją dwa okręgi o_1, o_2 styczne zewnętrznie do okręgu o_0 i jednocześnie styczne do obu osi układu współrzędnych. Oblicz odległość środków okręgów o_1 oraz o_2 .



Zadanie 18. (0–7)

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 4 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby do pomieszczenia wpadało przez to okno jak najwięcej światła, czyli aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.

