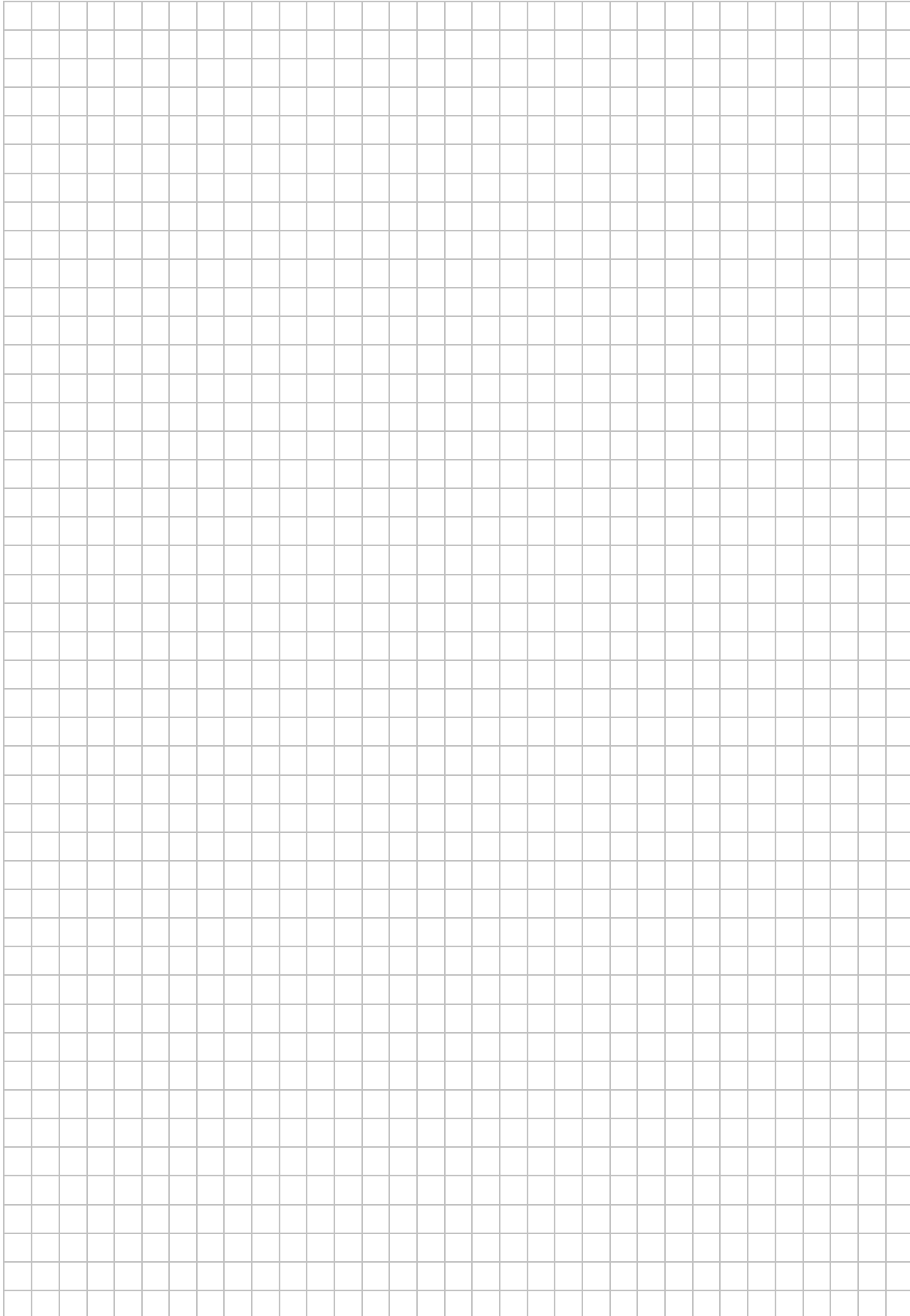


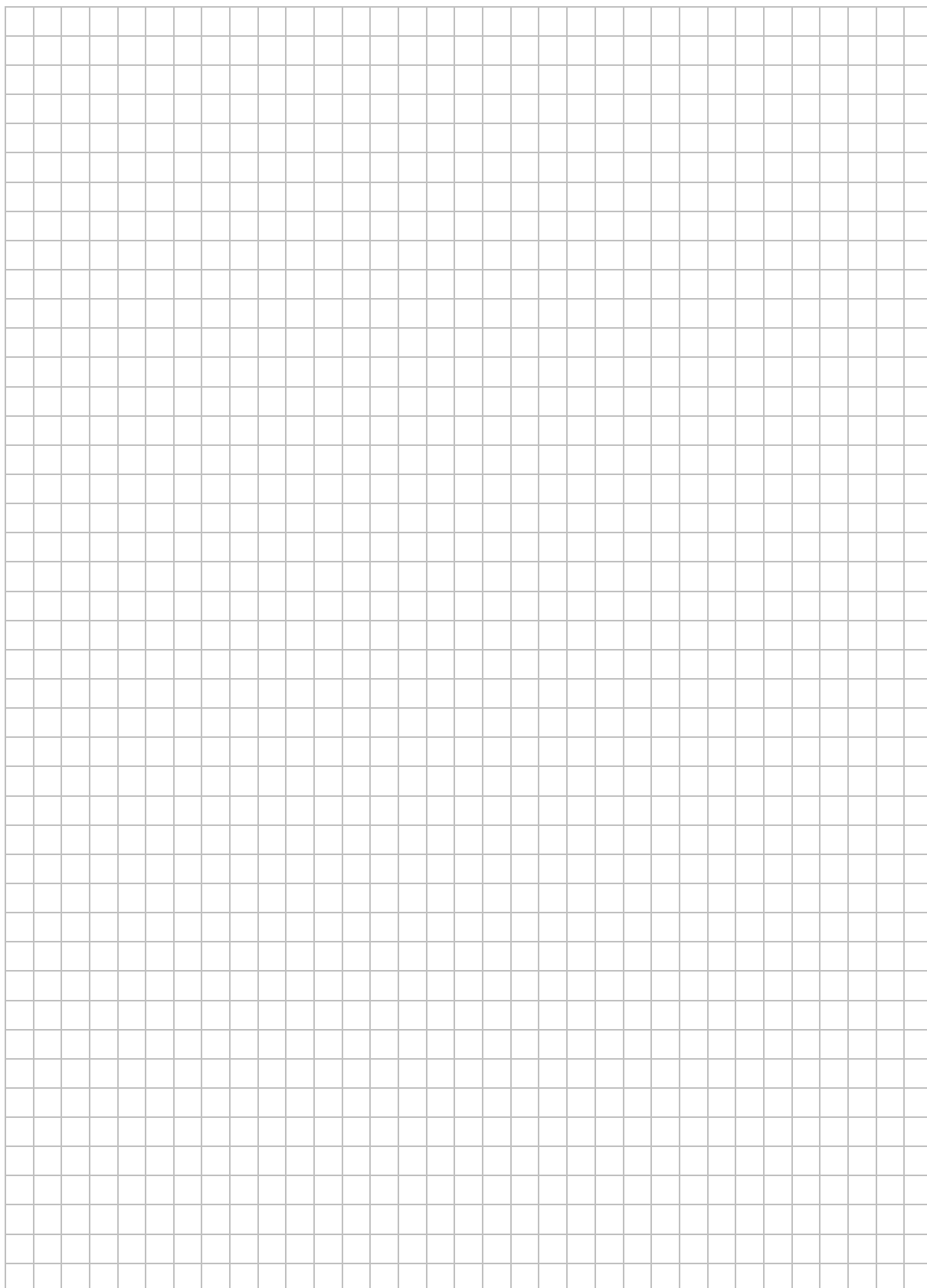
Zadanie 1. (4 pkt)

Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej k liczba $k^6 - 2k^4 + k^2$ jest podzielna przez 36.



Zadanie 2. (4 pkt)

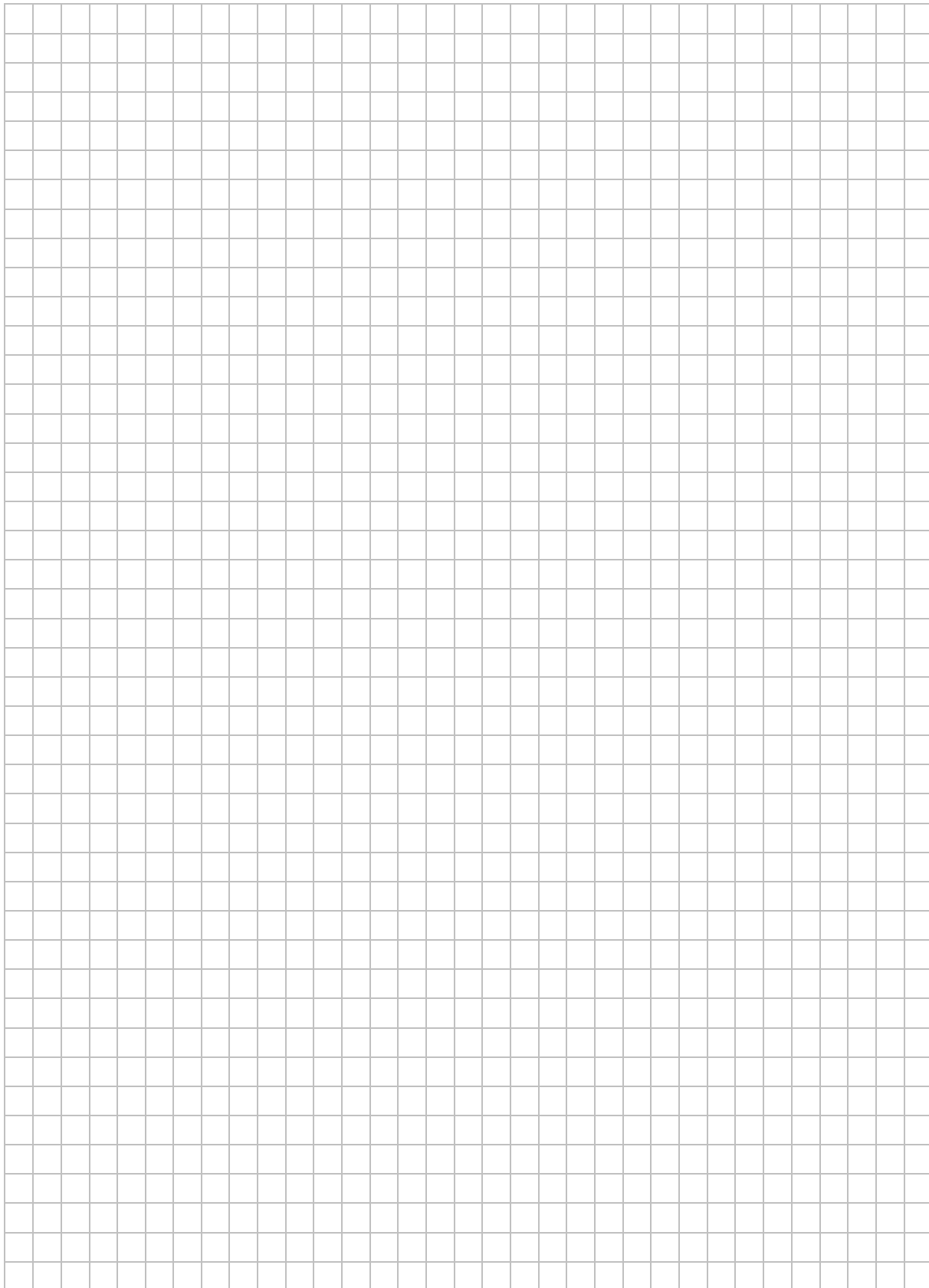
Uzasadnij, że jeżeli $a \neq b$, $a \neq c$, $b \neq c$ i $a + b = 2c$, to $\frac{a}{a-c} + \frac{b}{b-c} = 2$.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

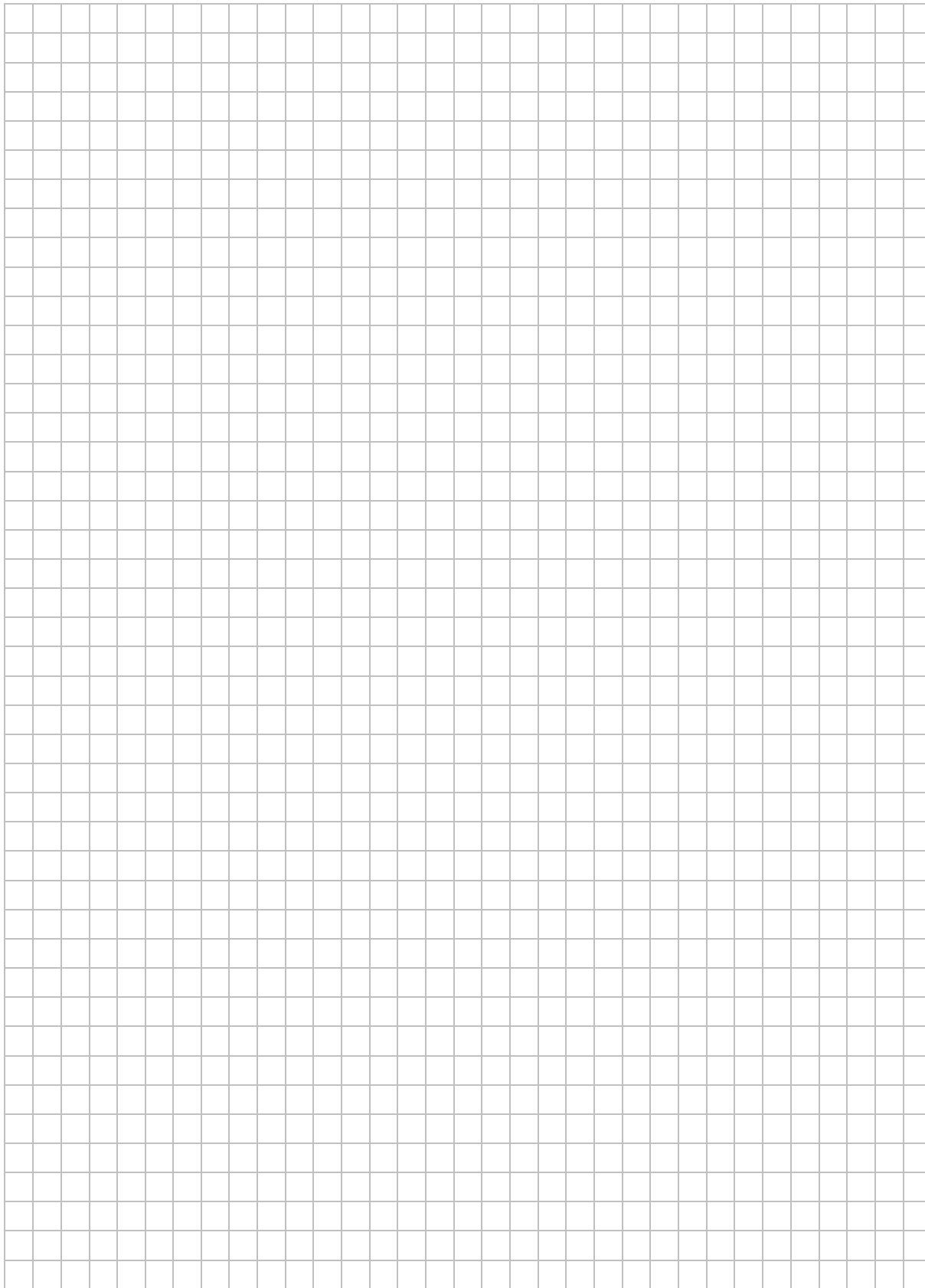
Zadanie 3. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 4mx - m^3 + 6m^2 + m - 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 - x_2)^2 < 8(m + 1)$.



Zadanie 4. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $2 \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x = 1 - \cos x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

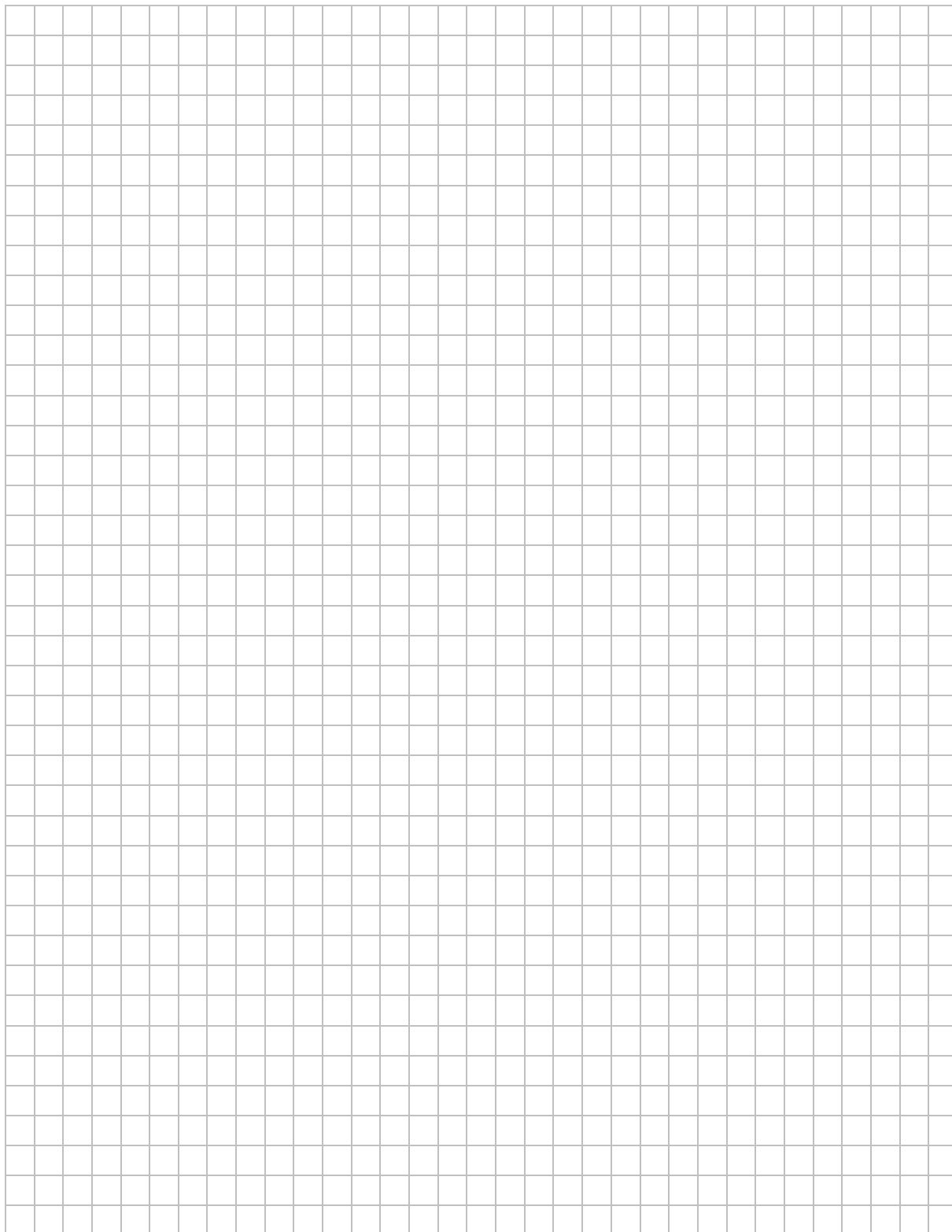
Zadanie 5. (4 pkt)

O ciągu (x_n) dla $n \geq 1$ wiadomo, że:

a) ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3^{x_n}$ dla $n \geq 1$ jest geometryczny o ilorazie $q = 27$.

b) $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 145$.

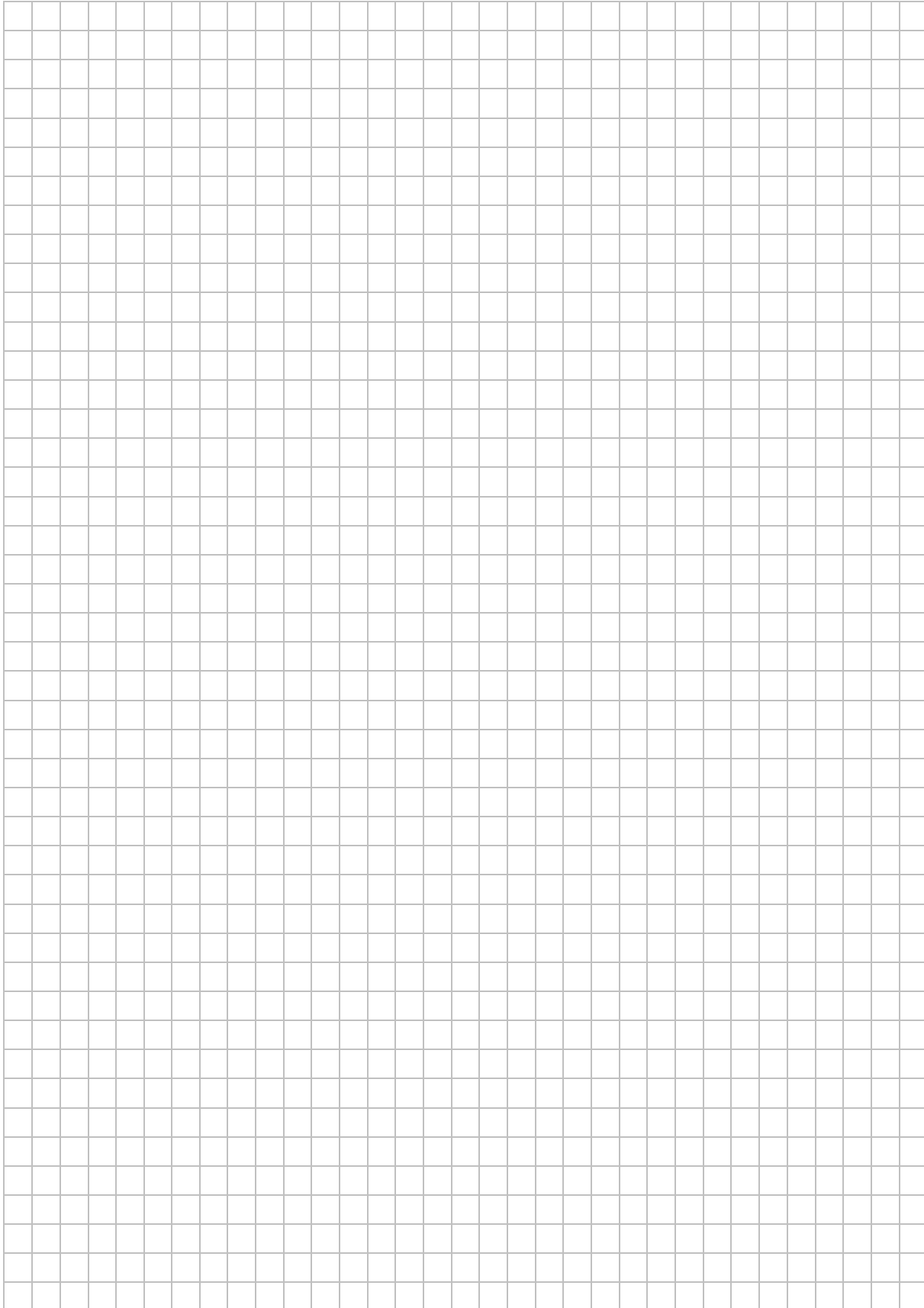
Oblicz x_1 .



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.	5.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

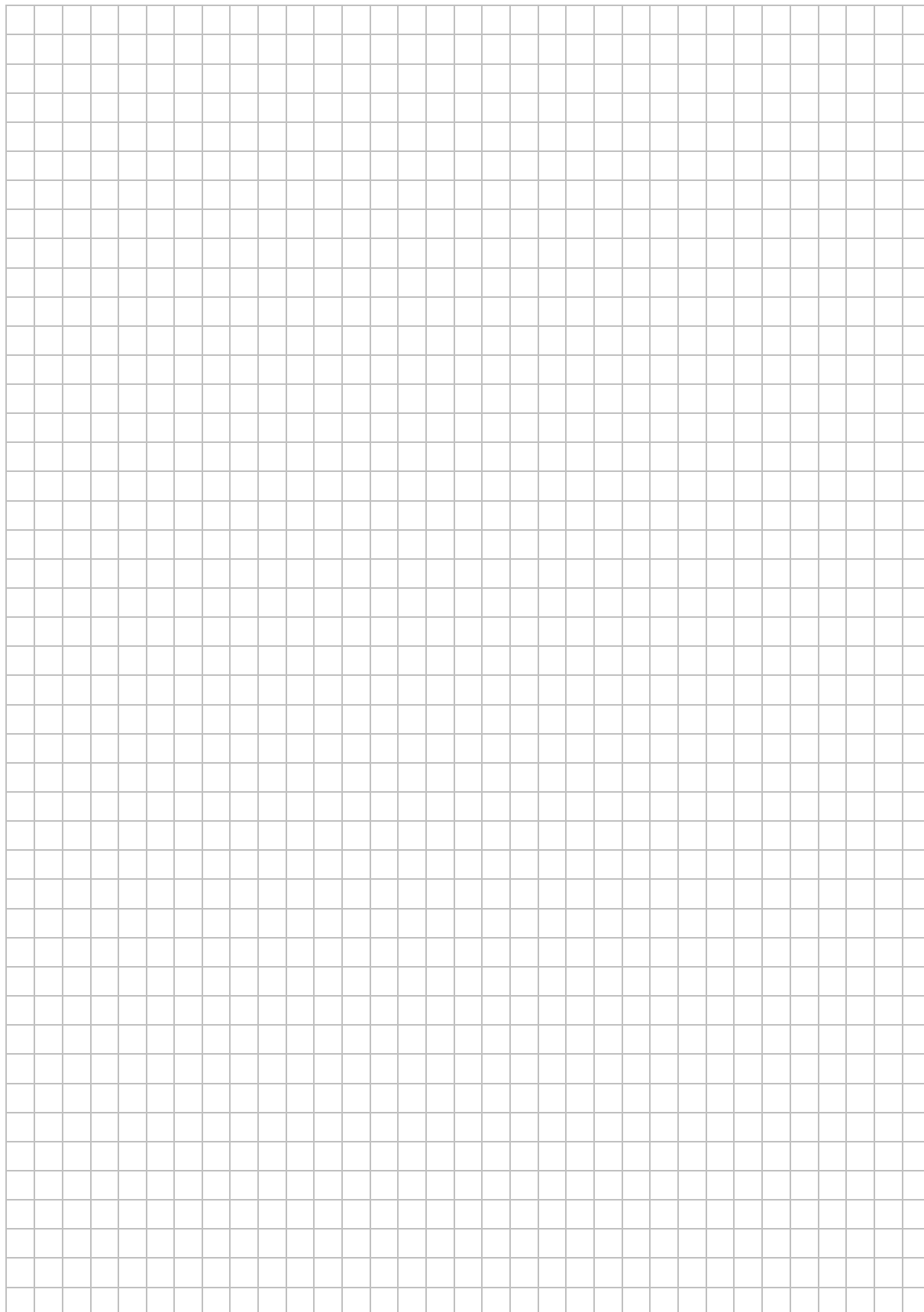
Zadanie 6. (4 pkt)

Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC ma długość 8 oraz $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$. Oblicz długość środkowej AD tego trójkąta.



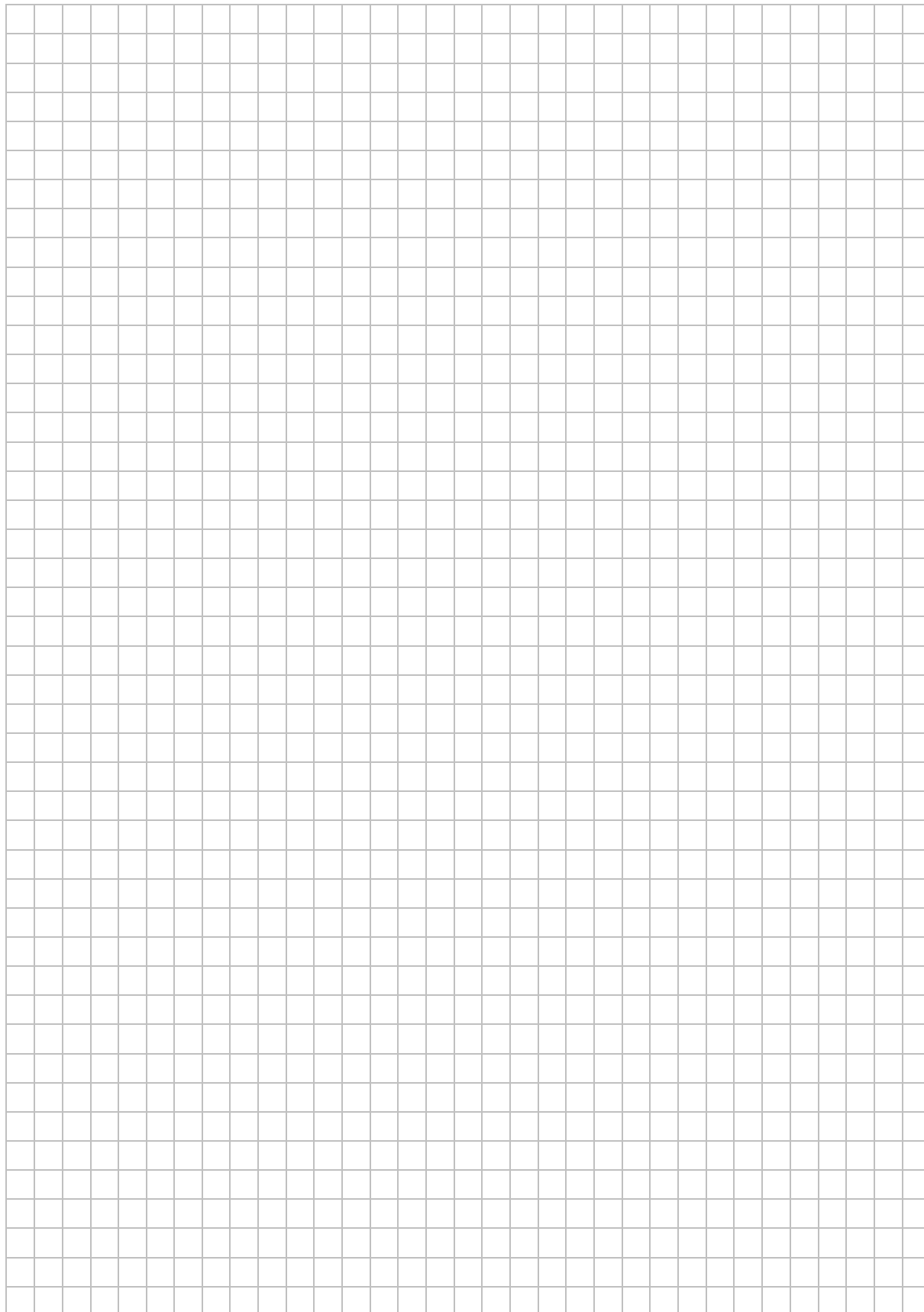
Zadanie 7. (4 pkt)

Oblicz miarę kąta między stycznymi do okręgu $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ poprowadzonymi przez punkt $A = (2, 0)$.



Zadanie 8. (4 pkt)

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 24, jest taki, który ma największe pole powierzchni bocznej. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.



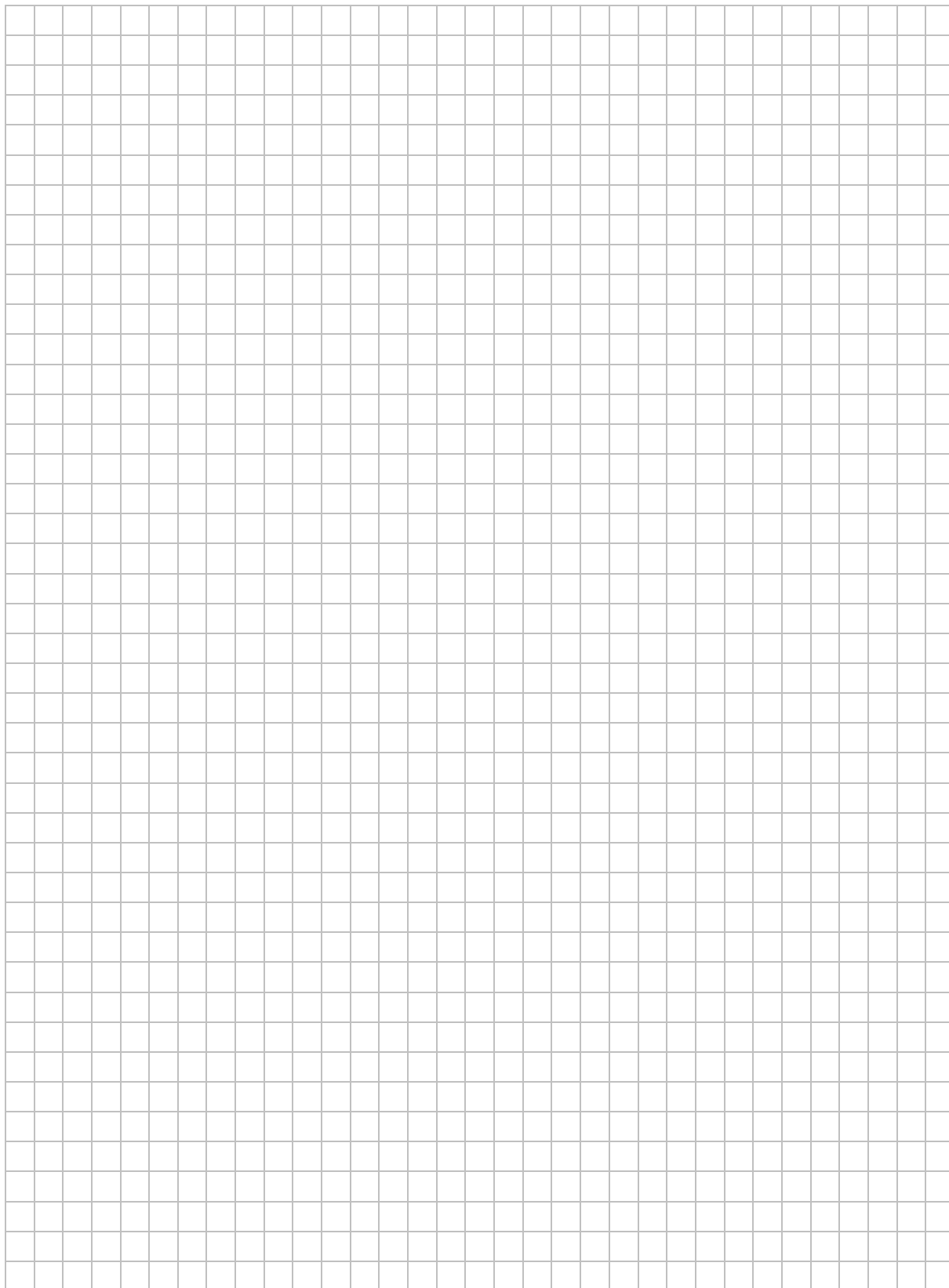
Oblicz, ile jest liczb ośmiocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, natomiast występują dwie dwójki i występują trzy trójki.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Odpowiedź:

Zadanie 10. (3 pkt)

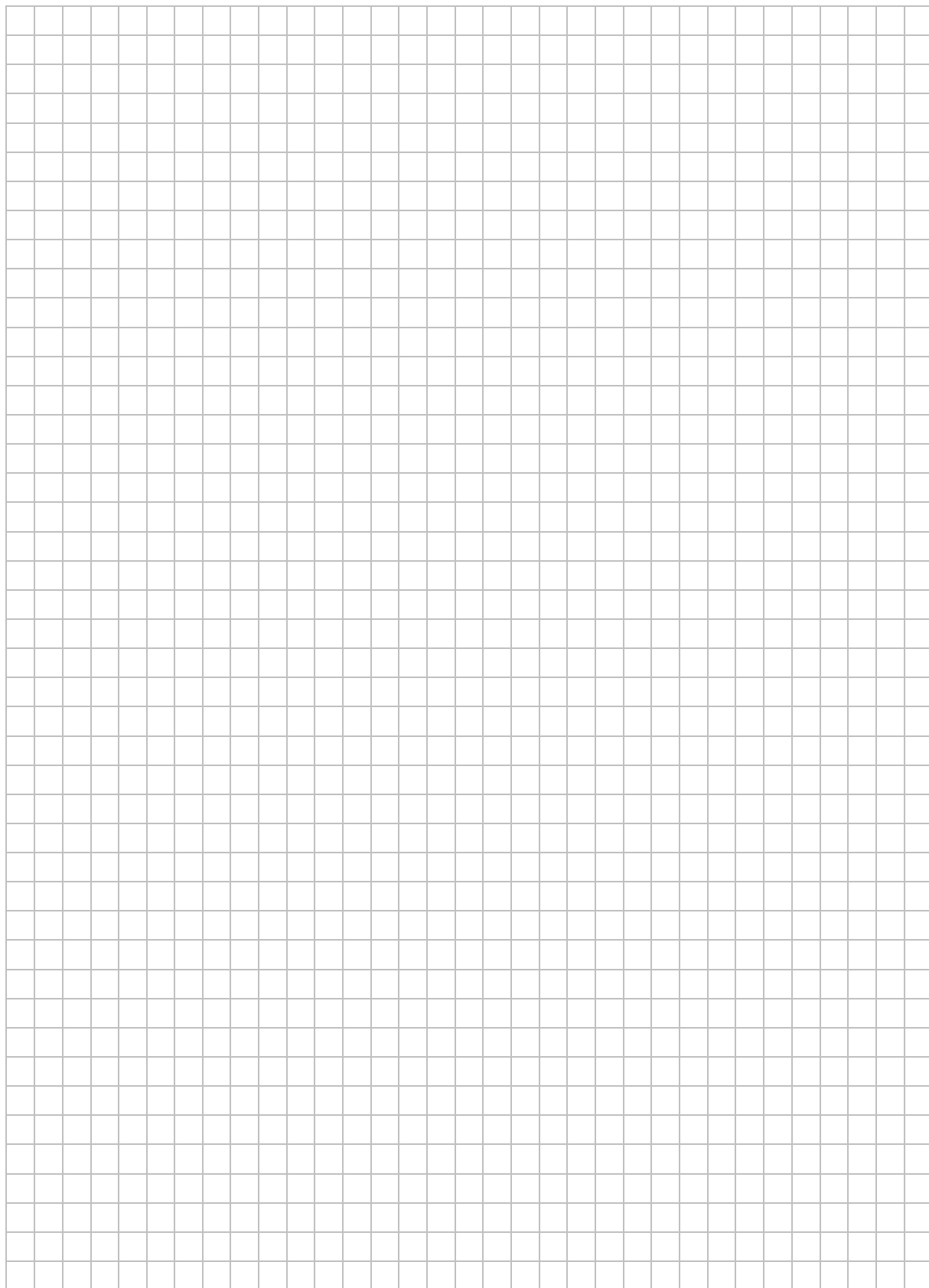
Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ niebędący równoległobokiem. Punkty M , N są odpowiednio środkami boków AB i CD . Punkty P , Q są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD . Uzasadnij, że $MQ \parallel PN$.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.	10.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

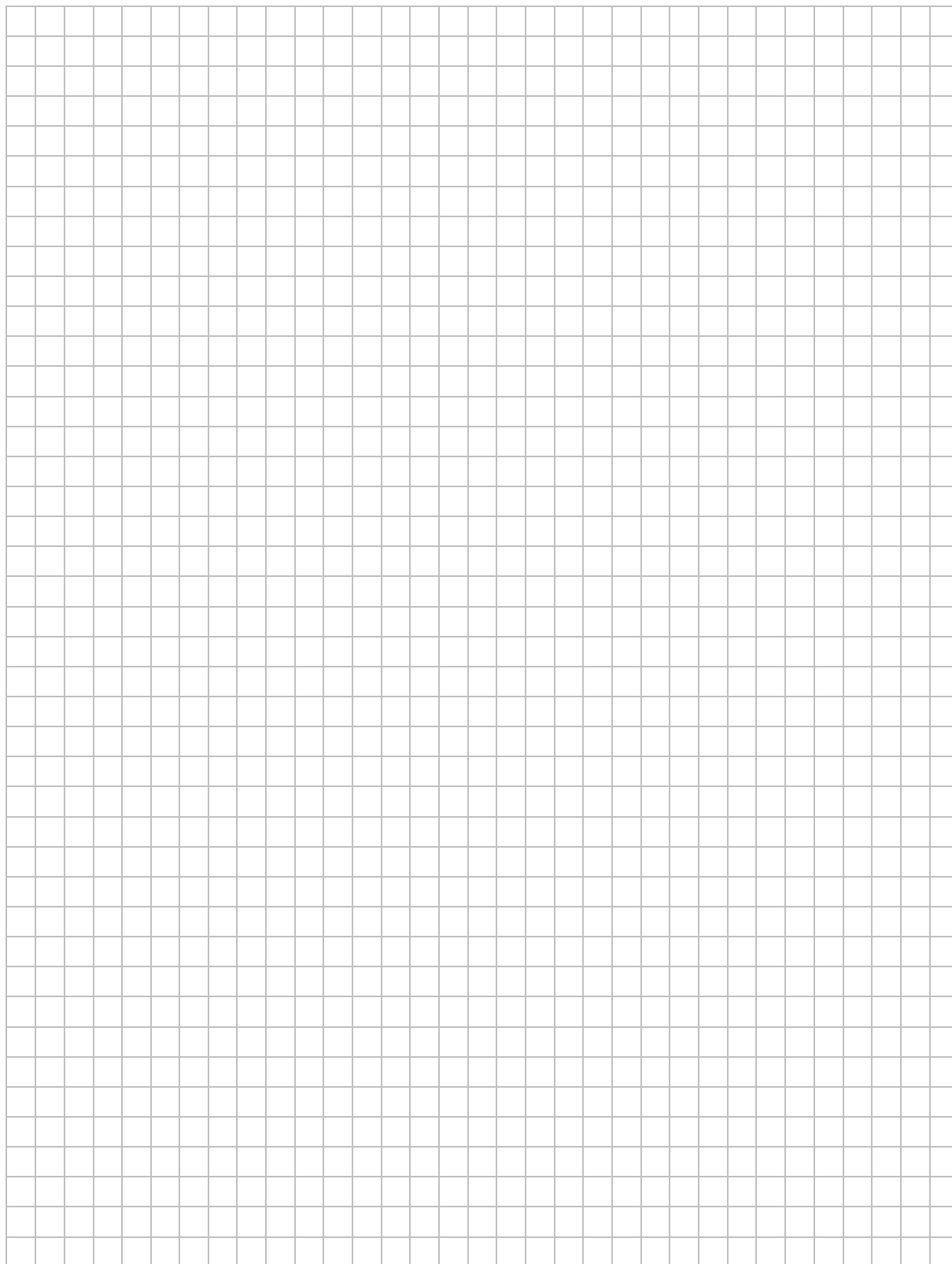
Zadanie 11. (6 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$ o podstawie $ABCD$. W trójkącie równoramiennym ASC stosunek długości podstawy do długości ramienia jest równy $|AC| : |AS| = 6 : 5$. Oblicz sinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.



Zadanie 12. (3 pkt)

A, B są zdarzeniami losowymi zawartymi w Ω . Wykaż, że jeżeli $P(A) = 0,9$ i $P(B) = 0,7$, to $P(A \cap B') \leq 0,3$ (B' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia B).



Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	