CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

OKE Gdańsk

OKE W JAWORZNIE

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny ***Formuła 2023***

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

TEST DIAGNOSTYCZNY

Symbol arkusza
MMAP-P0-**100**-2209

DATA: **29 września 2022 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

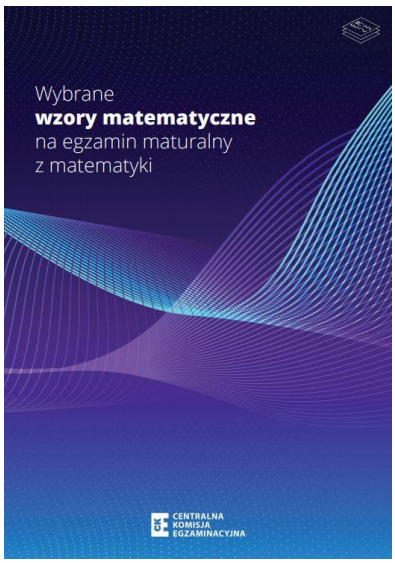
Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 29 stron (zadania 1–26). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na stronie tytułowej arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
6. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
7. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z taką okładką, jak poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na kolejnych stronach.

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1 + 3 \cdot 2^{-1})^{-2}$ jest równa

A. $\frac{25}{4}$ **B.** $\frac{4}{25}$ **C.** $\frac{36}{49}$ **D.** $\frac{40}{9}$

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2\log_5 5 + 1 - \frac{1}{2}\log_5 625$ jest równa

A. 1 **B.** 5 **C.** 10 **D.** 25

Brudnopis

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, które są nieparzyste i podzielne przez 25, jest

A. $9 \cdot 9 \cdot 2$ **B.** $9 \cdot 10 \cdot 2$ **C.** $9 \cdot 9 \cdot 4$ **D.** $9 \cdot 10 \cdot 4$

Brudnopis

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$ wyrażenie $\frac{2}{x-1} - 5$ jest równe

A. $\frac{-5x+1}{x-1}$ **B.** $\frac{-5x+7}{x-1}$ **C.** $\frac{-5x+3}{x-1}$ **D.** $\frac{-5x-3}{x-1}$

Brudnopis

5.
0–2

Zadanie 5. (0–2)

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y wyrażenie $9-(x^2-2xy+y^2)$ jest równe

A. $[3-(x-2y)]^2$

B. $[3+(x-2y)]^2$

C. $[3-(x+2y)]^2$

D. $[3-(x-y)]\cdot[3+(x-y)]$

E. $[3-(x+2y)]\cdot[3+(x+2y)]$

F. $-[(x-y)-3]\cdot[(x-y)+3]$

Brudnopis

Zadanie 6. (0–3)

6.
0–3

Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 6x^2 - 27x + 54 = 0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(x^2+x)(x+3)(x-1)}{x^2-1}=0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

A. jedno rozwiązanie: $x=-3$.

B. dwa rozwiązania: $x=-3,\ x=0$.

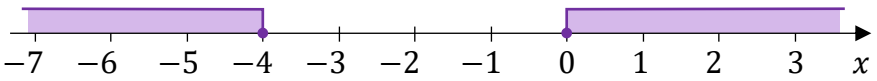
C. trzy rozwiązania: $x=-3,\ x=-1,\ x=0$.

D. cztery rozwiązania: $x=-3,\ x=-1,\ x=0,\ x=1$.

Brudnopis

Zadanie 8. (0–1)

Spośród nierówności A–D wybierz tę, której zbiór wszystkich rozwiązań zaznaczono na osi liczbowej.



A. $|x+2|\le 2$ **B.** $|x-2|\le 2$ **C.** $|x+2|\ge 2$ **D.** $|x-2|\ge 2$

Brudnopis

Zadanie 9. (0–1)

Klient banku wypłacił z bankomatu kwotę 1040 zł. Bankomat wydał kwotę w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100-złotowych było dwa razy więcej niż 50-złotowych, a banknotów 20-złotowych było o 2 mniej niż 50-złotowych.

Niech x oznacza liczbę banknotów 50-złotowych, a y – liczbę banknotów 20-złotowych, które otrzymał ten klient.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y to

A. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$

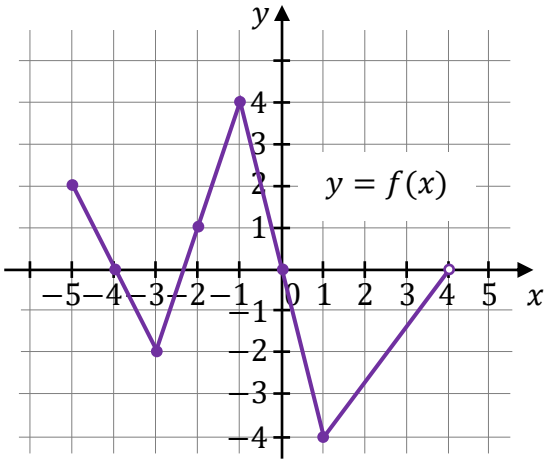
C. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 10.

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in [-5, 4)$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



10.1.
0–1

Zadanie 10.1. (0–1)

Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór wartości funkcji f.

.....

Zadanie 10.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dla każdego argumentu z przedziału $(-4, -2)$ funkcja f przyjmuje wartości ujemne.	**P**	**F**
Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 10.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $[-4, 0]$ jest równa

A. (-4) **B.** (-3) **C.** (-2) **D.** 0

Brudnopis

Zadanie 11. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są: punkt $A = (8, 11)$ oraz okrąg o równaniu $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość punktu A od środka tego okręgu jest równa

A. 25 **B.** 13 **C.** $\sqrt{125}$ **D.** $\sqrt{265}$

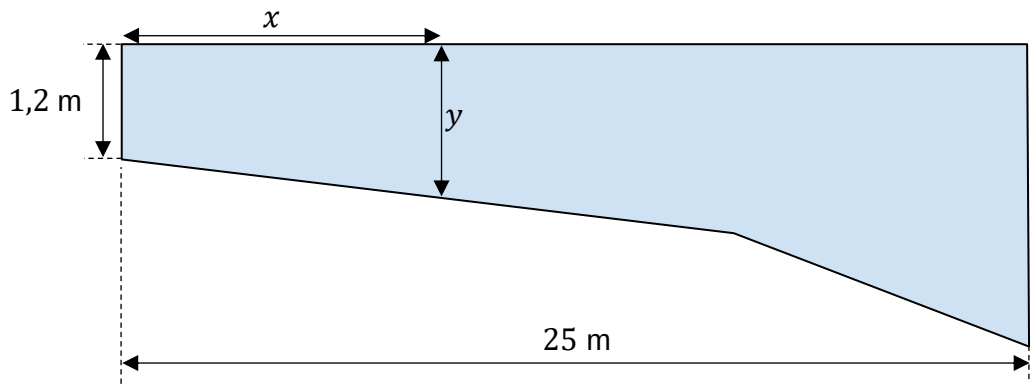
Brudnopis

Zadanie 12.

Basen ma długość 25 m. W najpłytszym miejscu jego głębokość jest równa $1{,}2$ m. Przekrój podłużny tego basenu przedstawiono poglądowo na rysunku.
Głębokość y basenu zmienia się wraz z odległością x od brzegu w sposób opisany funkcją:

$$y = \begin{cases} ax + b & \text{dla } 0 \le x \le 15 \text{ m} \\ 0{,}18x - 0{,}9 & \text{dla } 15 \text{ m} \le x \le 25 \text{ m} \end{cases}$$

Odległość x jest mierzona od płytszego brzegu w poziomie na powierzchni wody (zobacz rysunek). Wielkości x i y są wyrażone w metrach.



Zadanie 12.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa głębokość basenu jest równa

A. $5{,}4$ m **B.** $3{,}6$ m **C.** $2{,}2$ m **D.** $1{,}8$ m

Brudnopis

Zadanie 12.2. (0–2)

12.2.
0–2

Oblicz wartość współczynnika a oraz wartość współczynnika b.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 13.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x-1)^2 + 2$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykresem funkcji f jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne

A. $(1, 2)$ **B.** $(-1, 2)$ **C.** $(1, -2)$ **D.** $(-1, -2)$

Brudnopis

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, 2]$ **B.** $(-\infty, 2)$ **C.** $(2, +\infty)$ **D.** $[2, +\infty)$

Brudnopis

Zadanie 14.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pięćdziesiątym wyrazem ciągu (a_n) jest

A. $\frac{7^{49}}{3}$ **B.** $\frac{7^{50}}{3}$ **C.** $\frac{7^{51}}{3}$ **D.** $\frac{7^{52}}{3}$

Brudnopis

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest geometryczny.	**P**	**F**
Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 20.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 15. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dana jest prosta k o równaniu $y = 3x + b$, przechodząca przez punkt $A = (-1, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik b w równaniu tej prostej jest równy

A. 0 **B.** 6 **C.** (-10) **D.** 8

Brudnopis

Zadanie 16.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3n - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 16.1. (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Ciąg (a_n) jest

A.	rosnący,	ponieważ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$	**1.**	$a_{n+1} - a_n = -1$
B.	malejący,		**2.**	$a_{n+1} - a_n = 0$
C.	stały,		**3.**	$a_{n+1} - a_n = 3$

Brudnopis

Zadanie 16.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą wartością n, dla której wyraz a_n jest większy od 25, jest

A. 8 **B.** 9 **C.** 7 **D.** 26

Brudnopis

Zadanie 16.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 57 dla n równego

A. 6 **B.** 23 **C.** 5 **D.** 11

Brudnopis

Zadanie 17. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są:

- prosta k o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 5$
- prosta l o równaniu $y - 1 = -2x$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k i l

A. się pokrywają.
B. nie mają punktów wspólnych.
C. są prostopadłe.
D. przecinają się pod kątem $30°$.

Brudnopis

Zadanie 18. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1 - \cos 20°) \cdot (1 + \cos 20°) - \sin^2 20°$ jest równa

A. (-1) **B.** 0 **C.** 1 **D.** 20

Brudnopis

Zadanie 19. (0–1)

W pojemniku są wyłącznie kule białe i czerwone. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy $4:5$. Z pojemnika losujemy jedną kulę.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

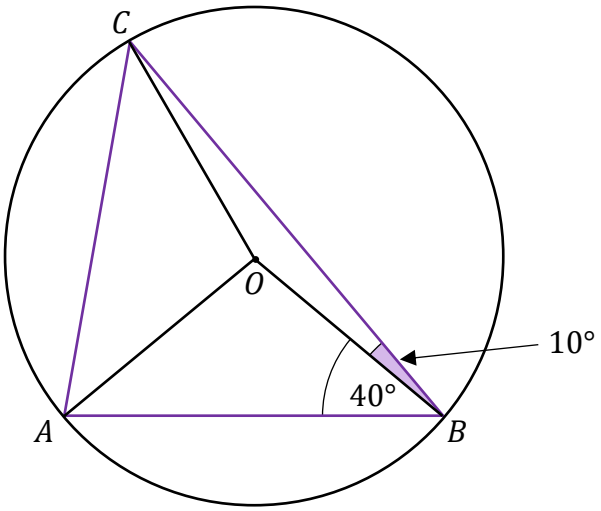
Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $\frac{4}{5}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Brudnopis

Zadanie 20. (0–1)

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt ABO ma miarę $40°$, a kąt OBC ma miarę $10°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ACO jest równa

A. $30°$ **B.** $40°$ **C.** $50°$ **D.** $60°$

Brudnopis

21.
0–2

Zadanie 21. (0–2)

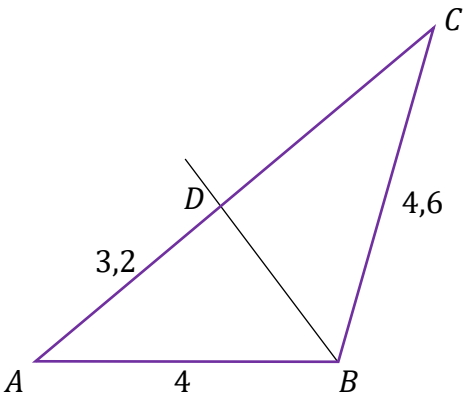
Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8.

Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 22. (0–1)

W trójkącie ABC bok AB ma długość 4, a bok BC ma długość $4{,}6$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC w punkcie D takim, że $|AD| = 3{,}2$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek CD ma długość

A. $\frac{64}{23}$ **B.** $\frac{16}{5}$ **C.** $\frac{23}{4}$ **D.** $\frac{92}{25}$

Brudnopis

23.
0–4

Zadanie 23. (0–4)

Rodzinna firma stolarska produkuje małe wiatraki ogrodowe. Na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków stwierdzono, że:

- przychód P (w złotych) z tygodniowej sprzedaży x wiatraków można opisać funkcją $P(x) = 251x$
- koszt K (w złotych) produkcji x wiatraków w ciągu jednego tygodnia można określić funkcją $K(x) = x^2 + 21x + 170$.

Tygodniowo w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 150 wiatraków.

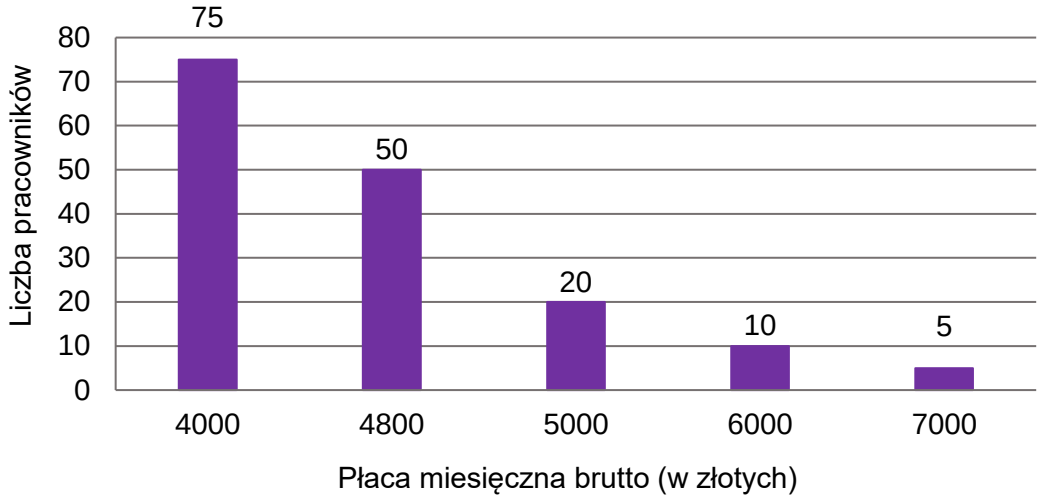
Oblicz, ile tygodniowo wiatraków należy sprzedać, aby zysk zakładu w ciągu jednego tygodnia był największy. Oblicz ten największy zysk.

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

Zadanie 24.

Firma $\mathcal{F}$ zatrudnia 160 osób. Rozkład płac brutto pracowników tej firmy przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażoną w złotych – miesięczną płacę brutto, a na osi pionowej podano liczbę pracowników firmy $\mathcal{F}$, którzy otrzymują płacę miesięczną w danej wysokości.



Zadanie 24.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia miesięczna płaca brutto w firmie $\mathcal{F}$ jest równa

A. $4\,593{,}75$ zł **B.** $4\,800{,}00$ zł **C.** $5\,360{,}00$ zł **D.** $2\,399{,}33$ zł

Brudnopis

Zadanie 24.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana miesięcznej płacy pracowników firmy $\mathcal{F}$ jest równa

A. $4\,000$ zł **B.** $4\,800$ zł **C.** $5\,000$ zł **D.** $5\,500$ zł

Brudnopis

Zadanie 24.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba pracowników firmy $\mathcal{F}$, których miesięczna płaca brutto nie przewyższa $5\,000$ zł, stanowi (w zaokrągleniu do 1%)

A. 91% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

B. 78% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

C. 53% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

D. 22% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

Brudnopis

25.
0–3

Zadanie 25. (0–3)

Każda z krawędzi podstawy trójkątnej ostrosłupa ma długość $10\sqrt{3}$, a każda jego krawędź boczna ma długość 15.

Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 26. (0–2)

26.
0–2

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $10n^2 + 30n + 8$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023