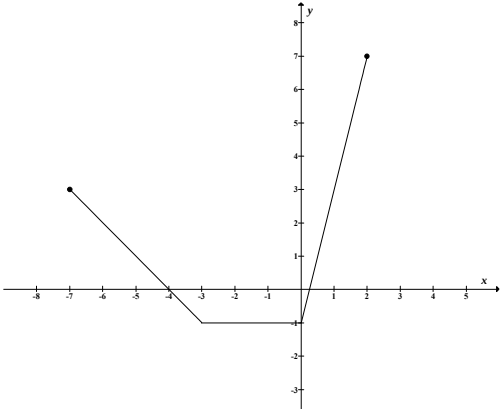


**ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA
POZIOM PODSTAWOWY**

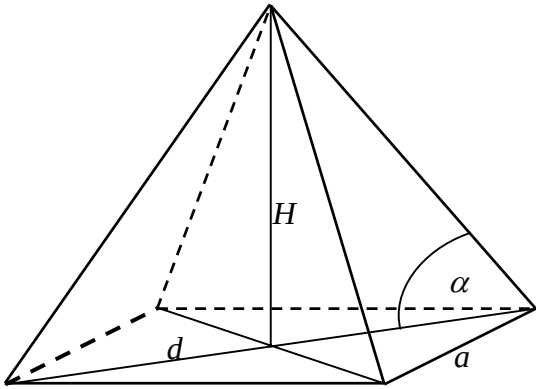
Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów	Uwagi dla egzaminatorów
1	1.1	Zapisanie dziedziny funkcji f : $\langle -7, 2 \rangle$.	1	Końce przedziału muszą być poprawnie ustalone. Akceptujemy zapisy typu: $x \in \langle -7, 2 \rangle$, $-7 \leq x \leq 2$.
	1.2	Podanie miejsc zerowych funkcji: $x = -4$, $x = \frac{1}{4}$.	1	Miejsca zerowe mogą być odczytane z wykresu, nie wymagamy zapisu stosownych obliczeń.
	1.3	Naszkicowanie wykresu funkcji 	1	Jeśli dziedzina została poprawnie wyznaczona, to akceptujemy wykres nawet bez wyraźnie oznaczonych końców łamanej.
	1.4	Zapisanie zbioru wartości funkcji: $\langle -1, 7 \rangle$.	1	Końce przedziału muszą być poprawnie ustalone. Akceptujemy zapisy typu: $y \in \langle -1, 7 \rangle$, $-1 \leq y \leq 7$.

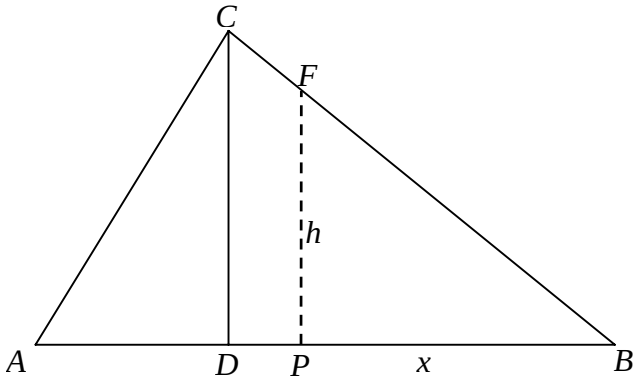
2	2.1	Obliczenie: $ \Omega = 6 \cdot 6 = 36$.	1	
	2.2	Obliczenie $ A $, gdzie A jest zdarzeniem, że utworzona liczba jest większa od 52: $ A = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6 = 10$.	1	
	2.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.	1	Zdający może narysować tabelę o wymiarach 6 na 6 i odczytać rozwiązanie. Za prawidłową odpowiedź przyznajemy komplet punktów.
	2.1	II sposób rozwiązania (metoda drzewa): Narysowanie drzewa z zaznaczeniem istotnych gałęzi. <pre> graph TD Root(()) --- 5[5] Root --- 6[6] 5 --- 3[3] 5 --- 4[4] 5 --- 5[5] 5 --- 6[6] 6 --- 1[1] 6 --- 2[2] 6 --- 3[3] 6 --- 4[4] 6 --- 5[5] 6 --- 6[6] </pre>	1	
	2.2	Zapisanie prawdopodobieństw na istotnych gałęziach drzewa.	1	
	2.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$.	1	

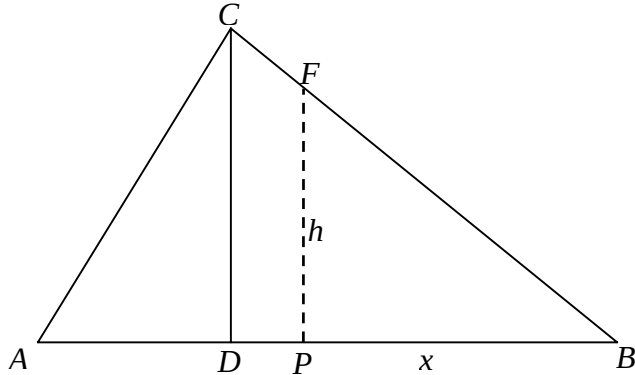
3	3.1	Wykorzystanie związku $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ w przekształcaniu tożsamości.	1	
	3.2	Przekształcenie lewej strony tożsamości do postaci: $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$.	1	Punkt przyznajemy za poprawne wymnożenie nawiasów na dowolnym etapie rozwiązania tego zadania.
	3.3	Wykorzystanie związku $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ w przekształcaniu tożsamości.	1	
	3.4	Sformułowanie wniosku: „Podana równość jest tożsamością” lub sformułowanie równoważne.	1	Wniosek musi być konsekwencją wykonanych przekształceń.
4	4.1	Obliczenie sumy 7 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego: $S_7 = \frac{1}{4}(1 + 2^7) = \frac{129}{4}$.	1	Wystarczy zapis $S_7 = \frac{\frac{3}{4}(1 + 2^7)}{3}$ (nie musi być to oddzielny zapis, może występować, np. jako jedna ze stron równania w czynności 4.3). Zdający nie musi obliczyć wartości sumy S_7 .
	4.2	Zapisanie sumy 7 początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zależności od r : $S_7 = \frac{2 \cdot \frac{3}{4} + 6r}{2} \cdot 7$.	1	Nie musi to być oddzielny zapis, może występować, np. jako jedna ze stron równania w czynności 4.3.
	4.3	Ułożenie równania z niewiadomą r : $\frac{2 \cdot \frac{3}{4} + 6r}{2} \cdot 7 = \frac{1}{4}(1 + 2^7)$.	1	Może też być: $\frac{2 \cdot \frac{3}{4} + 6r}{2} \cdot 7 = \frac{129}{4}$.
	4.4	Rozwiązanie równania: $r = \frac{9}{7}$.	1	

5	5.1	Przekształcenie nierówności do postaci: $x(x-4) < 0$.	1	Przyznajemy 1pkt za przedstawienie metody rozwiązania nierówności kwadratowej: np. zapisania podanej nierówności w postaci: $ x-2 < 2$ lub narysowanie wykresu funkcji $y = (x-2)^2 - 4$, itp.
	5.2	Rozwiązanie nierówności: $x \in (0,4)$.	1	Dopuszczamy przedstawienie zbioru rozwiązań na osi liczbowej, o ile zdający wyraźnie zaznaczy przedział otwarty.
	5.3	Przedstawienie równania w postaci, np. $x^2(x+6) - 4(x+6) = 0$.	1	Lewa strona równania musi mieć postać sumy iloczynów, w których występuje ten sam czynnik.
	5.4	Przedstawienie równania w postaci iloczynu czynników liniowych, np. $(x+6)(x+2)(x-2) = 0$.	1	
	5.5	Wyznaczenie wszystkich rozwiązań równania: $x = -6$, $x = -2$, $x = 2$.	1	Przyznajemy punkty w czynności 5.3, 5.4 i 5.5, gdy zdający podaje wszystkie pierwiastki wielomianu $W(x) = x^3 + 6x^2 - 4x - 24$ bez jakichkolwiek obliczeń (np. przez zastosowanie tw. o pierwiastkach wymiernych wielomianu).
	5.6	Podanie odpowiedzi: $x = 2$.	1	

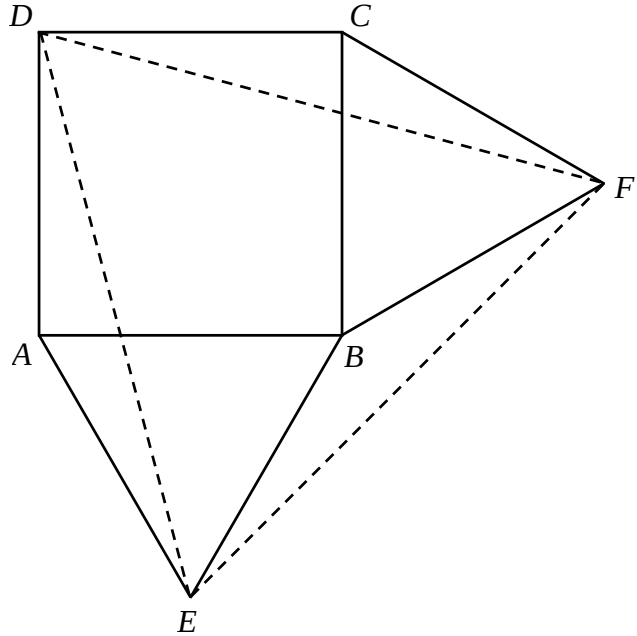
6	6.1	Zapisanie, które boki trójkąta są równej długości: $ AC = BC $.	1	Przyznajemy punkt, gdy z dalszego toku rozumowania wynika, że zdający poprawnie wybrał równe boki trójkąta.
	6.2	Wyznaczenie równania prostej AB : $y = -x - 5$.	1	Wystarczy, że zdający poda współczynnik kierunkowy prostej AB .
	6.3	Zapisanie równania rodziny prostych prostopadłych do prostej AB : $y = x + b$.	1	Wystarczy, że zdający poda współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej AB .
	6.4	Wyznaczenie równania osi symetrii trójkąta: $y = x - 1$.	1	
	6.1	II sposób rozwiązania: (z własności symetralnej) Oznaczenie dowolnego punktu leżącego na poszukiwanej symetralnej, np. $P = (x, y)$ i zapisanie własności $ AP = BP $.	1	
	6.2	Wyznaczenie długości odcinków AP i BP i zapisanie równania: $\sqrt{(x+4)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{x^2 + (y+5)^2}$.	1	
	6.3	Doprowadzenie równania do postaci równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, np. $8x + 2y + 17 = 10y + 25$.	1	
	6.4	Zapisanie odpowiedzi: $y = x - 1$.	1	
	6.1	III sposób rozwiązania: Zapisanie, które boki trójkąta są równej długości: $ AC = BC $.	1	
	6.2	Wyznaczenie współrzędnych środka odcinka AB : $D = (-2, -3)$.	1	
	6.3	Zauważenie, że prosta przechodząca przez punkty C i D jest osią symetrii trójkąta ABC .	1	Przyznajemy punkt, gdy z toku rozumowania wynika, że zdający stosując tę metodę poprawnie wybrał równe boki trójkąta.
	6.4	Wyznaczenie równania osi symetrii trójkąta: $y = x - 1$.	1	

7	7.1	 Obliczenie wysokości ostrosłupa: $H = 2$.	1	Jeśli zdający rozpatruje ostrosłup prawidłowy inny niż czworokątny, to oceniamy czynność 7.1, za czynności 7.2 i 7.3 nie przyznajemy punktów. Pozostałą część rozwiązania tego zadania oceniamy według schematu.
	7.2	Obliczenie długości przekątnej podstawy ostrosłupa: $d = 4\sqrt{3}$ albo długości krawędzi podstawy: $a = 2\sqrt{6}$.	1	
	7.3	Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 16$.	1	
	7.4	Oznaczenie długości krawędzi sześcianu, np. b i zapisanie równania: $b^3 = 16$.	1	
	7.5	Obliczenie długości krawędzi sześcianu: $b = 2\sqrt[3]{2}$.	1	Zdający może podać wynik w postaci, np. $b = \sqrt[3]{16}$ lub wartość przybliżoną pierwiastka.
8	8.1	Obliczenie kapitału końcowego: $K_3 = 9 \cdot 1029 = 9261$.	1	
	8.2	Zapisanie równania z niewiadomą K_0 – kapitałem początkowym: $K_0 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 9261$.	1	
	8.3	Obliczenie kwoty K_0 : 8000 zł.	1	

9	9.1	Wprowadzenie oznaczeń, np. takich jak na poniższym rysunku: $x = PB$, h – wysokość odciętego trójkąta.  Wykorzystanie podanej proporcji do wyznaczenia długości odcinków: $AD = 6$, $DB = 12$.	1	
	9.2	Zapisanie równania: $\frac{1}{2}x \cdot h = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 15$.	1	
	9.3	Zapisanie zależności między x i h z wykorzystaniem podobieństwa trójkątów CDB i FPB : $\frac{h}{x} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$.	1	
	9.4	Obliczenie długości odcinka PB : $ PB = 3\sqrt{6}$ cm.	1	

9.1	II sposób rozwiązania: Wprowadzenie oznaczeń, np. takich jak na poniższym rysunku: $x = PB$, h – wysokość odciętego trójkąta.  Wykorzystanie podanej proporcji do wyznaczenia długości odcinków: $AD = 6$, $DB = 12$.	1	
9.2	Obliczenie proporcji: $\frac{P_{\triangle DBC}}{P_{\triangle ABC}} = \frac{2}{3}$ stąd $P_{\triangle DBC} = \frac{2}{3} P_{\triangle ABC}$.	1	
9.3	Stwierdzenie, że $\triangle DBC \sim \triangle PBF$ i wykorzystanie twierdzenia o stosunku pól figur podobnych do zapisania proporcji: $\frac{P_{\triangle DBC}}{P_{\triangle PBF}} = \left(\frac{12}{ PB }\right)^2$ stąd $\frac{\frac{2}{3} P_{\triangle ABC}}{\frac{1}{4} P_{\triangle ABC}} = \left(\frac{12}{ PB }\right)^2$.	1	
9.4	Obliczenie długości odcinka PB : $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{144}{ PB ^2}$, $ PB = 3\sqrt{6}$.	1	

	9.3	III sposób rozwiązania: (czynności 9.3 oraz 9.4) Stwierdzenie, że $\triangle DBC \sim \triangle PBF$ i wykorzystanie twierdzenia o stosunku pól figur podobnych do zapisania proporcji: $k^2 = \frac{P_{\triangle DBC}}{P_{\triangle PBF}} = \frac{\frac{2}{3} P_{\triangle ABC}}{\frac{1}{4} P_{\triangle ABC}} = \frac{8}{3} \text{ stąd } k = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$	1	
	9.4	Obliczenie długości odcinka PB : $\frac{ DB }{ PB } = k \text{ stąd } PB = 12 \cdot \frac{3}{2\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}.$	1	
10	10.1	Zapisanie układu: $\begin{cases} 100a + 10b = 20 \\ 900a + 30b = 90 \end{cases}$	1	Wystarczy zapis $\begin{cases} T(10) = 20 \\ T(30) = 90 \end{cases}$
	10.2	Rozwiązanie układu: $\begin{cases} a = \frac{1}{20} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$	1	
	10.3	Zapisanie wzoru funkcji: $T(n) = \frac{1}{20}n^2 + \frac{3}{2}n, \quad n \in N.$	1	Akceptujemy sam wzór bez podania założenia $n \in N$.
	10.4	Zapisanie równania: $\frac{1}{20}n^2 + \frac{3}{2}n = 50.$	1	
	10.5	Rozwiązanie równania i wyznaczenie liczby kartek : 20.	1	Zdający nie musi wyznaczyć ujemnego rozwiązania równania.

11	11.1	 Uzasadnienie, że trójkąty DCF, DAE i EBF są równoramienne (wykorzystanie założenia, że $AB = BC = CD = DA$ i trójkąty AEB oraz BFC są równoboczne).	1	
	11.2	Obliczenie miary kąta DAE lub FCD : $ \sphericalangle DAE = \sphericalangle FCD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$.	1	
	11.3	Obliczenie miary kąta EBF : $ \sphericalangle EBF = 360^\circ - 2 \cdot 60^\circ - 90^\circ = 150^\circ$.	1	
	11.4	Zapisanie, że trójkąty DCF , DAE i EBF są przystające (z cechy przystawania <i>bkb</i>) i wyciągnięcie wniosku o równości boków trójkąta DEF .	1	

12.	12.1	Wprowadzenie oznaczeń i zapisanie zależności między liczbą dziewcząt i liczbą chłopców: np. x – liczba dziewcząt, y – liczba chłopców, $x - 6 = y$.	1	
	12.2	Zapisanie równania: $x = 60\%(x + y)$.	1	
	12.3	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} x = 0,6(x + y) \\ x - 6 = y \end{cases}$.	1	
	12.4	Rozwiązanie układu i sformułowanie odpowiedzi: $x = 18$, $y = 12$. W klasie jest 30 osób w tym 12 chłopców.	1	Wystarczy, że zdający poda liczby dziewcząt i chłopców.
	12.1	II sposób rozwiązania: Wprowadzenie oznaczeń: x – liczba osób w klasie, $0,6x$ – liczba dziewcząt, $0,4x$ – liczba chłopców.	1	
	12.2	Zapisanie równania: $0,6x - 6 = 0,4x$.	1	
	12.3	Rozwiązanie równania: $x = 30$.	1	
	12.4	Podanie odpowiedzi: W klasie jest 30 osób w tym 12 chłopców.	1	

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.