

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Fizyka
<i>Poziom:</i>	Poziom rozszerzony
<i>Formy arkusza:</i>	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-400, MFAP-R0-700, MFAP-R0-Q00, MFAP-R0-K00, MFAU-R0-100
<i>Termin egzaminu:</i>	20 maja 2025 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	27 czerwca 2025 r.

Ogólne zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych z fizyki

1. Jeżeli zdający poprawnie rozwiązał zadanie (użył poprawnej metody, uwzględnił warunki zadania, otrzymał poprawny wynik) metodą, której nie uwzględniały zasady oceniania (chodzi o jakościowo inną metodę – np. użycie prawa / wzoru / twierdzenia / metody rachunkowej spoza podstawy programowej – a nie metodę równoważną tym w zasadach oceniania), to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli zdający poda w wyniku końcowym wartość wielkości fizycznej bez jednostki lub z błędną jednostką, to nie spełnia warunków określonych w zasadach oceniania na maksymalną liczbę punktów.
3. Ocenie podlegają te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia.
4. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
5. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
6. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania zdający popełnia błąd rachunkowy (albo błąd przepisania wartości z danych albo wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne metody rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
7. Jeżeli w poleceniu jest dyspozycja o zapisaniu wyniku zaokrąglonego do pewnej liczby cyfr znaczących, to oznacza, że wynik musi być podany w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem. Jeżeli w zadaniu z takim poleceniem zdający przedstawia wynik w postaci ułamka zwykłego, lub w postaci z występującym π lub np. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ albo podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – to nie otrzymuje maksymalnej liczby punktów.
8. Wszelkie wzory / związki / zależności / relacje między wielkościami mogą być równoważnie zapisane za pomocą symboli lub za pomocą liczb, które to liczby są wartościami wielkości występujących w tych wzorach / związkach / zależnościach / relacjach.
9. Jeżeli w zasadach oceniania danego etapu rozwiązania wymienione jest, że zdający korzysta / uwzględnia / zapisuje dane związki / zależności / prawa / wzory, to mogą być one zapisane oddzielnie, albo nawet w jednym równaniu (o ile to możliwe).

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1.1. (0–2)

Wymagania określone w podstawie programowej ¹	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: [...] prędkością i przyspieszeniem [...]; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FPF

Zadanie 1.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.16) (SP) opisuje spadek swobodny [...]. I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów, [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Zasady oceniania²

(dla rozwiązania sposobem 1. lub sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B , tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek K_A i K_B (w układzie inercyjnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16 \text{ m/s}$

2 pkt – zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z **oraz** zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć położenie kulki K_A wzdłuż osi y w chwili t_z , czyli rzędną punktu C w funkcji położenia początkowego kulki K_A , g i t_z **oraz** zapisanie równania (albo równań) pozwalającego wyznaczyć położenie kulki K_B wzdłuż osi y w chwili t_z , czyli rzędną punktu C w funkcji prędkości początkowej v_{0B} kulki K_B , g i t_z , np. zapisy równoważne poniższym:

$$6 \text{ m} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_C(KA) = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \text{oraz} \quad y_C(KB) = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2$$

albo

$$6 \text{ m} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_C(KA) = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \text{oraz}$$

$$\left(y_C(KB) = \frac{v_{0B} + v_C(KB)}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_C(KB) = v_{0B} - gt_z \right)$$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisu położenia kulki K_A wzdłuż osi x : zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_C(KA) = x_A(KA) + v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad \Delta x_{(KA)} = v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad t_z = \frac{6 \text{ m}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

LUB

– zastosowanie równania ruchu jednostajnie przyspieszonego (w stronę przeciwną do zwrotu osi y) bez prędkości początkowej dla opisu położenia kulki K_A wzdłuż osi y : zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu C w funkcji położenia początkowego kulki K_A , g i t_z , np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_C(KA) = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2$$

LUB

– zastosowanie równania (albo równań) ruchu jednostajnie opóźnionego (w stronę zwrotu osi y) dla opisu położenia kulki K_B wzdłuż osi y : zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu C w funkcji prędkości początkowej v_{0B} kulki K_B , g i t_z , np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_C(KB) = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \text{albo} \quad \left(y_C(KB) = \frac{v_{0B} + v_C(KB)}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_C(KB) = v_{0B} - gt_z \right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

² Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA

Zauważenie, że ruch kulki K_B względem kulki K_A jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) prędkości względnej kulki K_B względem kulki K_A , np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_{BAx} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{BAy} = v_{0B} \quad \text{albo} \quad \vec{v}_{BA} = \left[-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_{0B} \right]$$

albo opisowo

*prędkość w poziomie kulki K_B względem K_A jest skierowana w lewo i ma stałą wartość 8 m/s
prędkość w pionie kulki K_B względem K_A jest skierowana w górę i ma stałą wartość v_{0B}*

Warunek PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE

Zauważenie, że ruch kulki K_B względem kulki K_A jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) przemieszczenia względnego kulki K_B względem kulki K_A , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta x_{BA} = -6 \text{ m}, \quad \Delta y_{BA} = 12 \text{ m} \quad \text{albo} \quad \Delta \vec{r}_{BA} = [-6 \text{ m}; 12 \text{ m}]$$

albo opisowo

*przemieszczenie w poziomie kulki K_B względem K_A jest w lewo i ma wartość 6 m
przemieszczenie w pionie kulki K_B względem K_A jest w górę i ma wartość 12 m*

Warunek PRĘDKOŚĆ_W_NU

Zauważenie, że w nieinercyjnym układzie odniesienia (NU) swobodnie spadającym pionowo (od chwili t_0) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie prędkości obu kulek w tym układzie NU , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\vec{v}_{A_{NU}} = [v_{Ax_{NU}}; v_{Ay_{NU}}] = \left[8 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 0 \right] \quad \vec{v}_{B_{NU}} = [v_{Bx_{NU}}; v_{By_{NU}}] = [0; v_{0B}]$$

albo opisowo

*kulka K_A porusza się w spadającym układzie NU w prawo z prędkością 8 m/s
kulka K_B porusza się w spadającym układzie NU w górę z prędkością v_{0B}*

Warunek PRZEMIESZCZENIE_W_NU

Zauważenie, że w nieinercyjnym układzie odniesienia (NU) swobodnie spadającym pionowo (od chwili t_0) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie przemieszczenia obu kulek w tym układzie NU , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta \vec{r}_{A_{NU}} = [\Delta x_{A_{NU}}; \Delta y_{A_{NU}}] = [6 \text{ m}; 0] \quad \Delta \vec{r}_{B_{NU}} = [\Delta x_{B_{NU}}; \Delta y_{B_{NU}}] = [0; 12 \text{ m}]$$

albo opisowo

*kulka K_A w spadającym układzie NU przemieszcza się 6 m w prawo
kulka K_B w spadającym układzie NU przemieszcza się 12 m w górę*

Schemat punktowania (dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B , tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek K_A i K_B (w układzie spoczynkowym kulki K_A lub w układzie swobodnie spadającym pionowo) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16 \text{ m/s}$

2 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA** **oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE** **oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem względnym a prędkością względną kulki K_B względem kulki K_A (w obu kierunkach: poziomym i pionowym) i czasem ruchu do zderzenia kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$6 \text{ m} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad 12 \text{ m} = v_{0B} \cdot t_z$$

LUB

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_NU** **oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_NU** **oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem a prędkością i czasem (ruchu do zderzenia kulek) dla ruchu obu kulek w spadającym układzie odniesienia NU , np. zapisy równoważne poniższym:

$$6 \text{ m} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad 12 \text{ m} = v_{0B} \cdot t_z$$

1 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA**

LUB

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE**

LUB

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_NU**

LUB

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_NU**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 5.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B , tzn. poprawne zastosowanie zasady zachowania energii dla kulek K_A i K_B (w układzie inercyjnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:

$$v_{0B} = 16 \text{ m/s}$$

2 pkt – zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki K_A w punkcie C , **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki K_B w punkcie C , np. zapisy równoważne poniższym:

$$6 \text{ m} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz}$$

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_C \quad \text{oraz}$$

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_C$$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisu położenia kulki K_A wzdłuż osi x : zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_C(K_A) = x_A(K_A) + v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad \Delta x_{(KA)} = v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad t_z = \frac{6 \text{ m}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

LUB

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki K_A w punkcie C , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_C$$

LUB

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki K_B w punkcie C , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_C$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania³

Sposób 1. (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercyjnym)

Ruch kulki K_A jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi x i spadku swobodnego wzdłuż osi y . Zatem współrzędna prędkości kulki K_A wzdłuż osi x jest stała:

$$v_x = v_{0A}$$

Obliczymy czas t_z , mierzony od chwili t_0 , po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie C w chwili t_z . Z równania ruchu jednostajnego prostoliniowego wynika, że współrzędna x położenia kulki K_A w punkcie C w chwili t_z dana jest wzorem:

$$x_C(K_A) = x_A(K_A) + v_{0A}t_z \quad \text{zatem} \quad t_z = \frac{x_C(K_A) - x_A(K_A)}{v_{0A}} = \frac{6 \text{ m} - 0 \text{ m}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,75 \text{ s}$$

Współrzędna y położenia kulki K_A w chwili zderzenia w C – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie przyspieszonego bez prędkości początkowej (ruchu w przeciwną stronę do zwrotu osi y) – dana jest wzorem:

$$y_C(K_A) = y_A(K_A) - |\Delta y_{(KA)}| = 12 \text{ m} - \frac{1}{2}gt_z^2$$

³ Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania. Dodatkowe komentarze w rozwiązaniu zamieszczono w celach dydaktycznych.

Ruch kulki K_B jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową v_{0B} . Współrzędna y położenia kulki K_B w chwili zderzenia w C – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie opóźnionego – dana jest wzorem:

$$y_C(KB) = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2$$

Porównamy ze sobą dwa powyższe wyrażenia opisujące rzędną punktu C :

$$12 \text{ m} - \frac{1}{2}gt_z^2 = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \rightarrow \quad 12 \text{ m} = v_{0B}t_z$$

Obliczymy v_{0B} :

$$v_{0B} = \frac{12 \text{ m}}{0,75 \text{ s}} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercyjnym)

Obliczymy czas t_z , mierzony od chwili t_0 , po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie C . Ruch kulki K_A jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi x i spadku swobodnego wzdłuż osi y . Przemieszczenie $\Delta x_{(KA)}$ kulki K_A wzdłuż x w czasie t_z dane jest wzorem:

$$\Delta x_{(KA)} = v_x t_z = v_{0A} t_z \quad \text{zatem} \quad t_z = \frac{\Delta x_{(KA)}}{v_{0A}} = \frac{6 \text{ m}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,75 \text{ s}$$

Obliczymy współrzędną y położenia kulki K_A w chwili zderzenia w C . Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie przyspieszonego (w przeciwną stronę do zwrotu osi y) bez prędkości początkowej:

$$y_C(KA) = y_A(KA) - |\Delta y_{(KA)}| = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \rightarrow$$

$$y_C(KA) = 12 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,75^2 \text{ s}^2 \approx 9,24 \text{ m}$$

Obliczymy prędkość początkową kulki K_B . Ruch kulki K_B jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową v_{0B} . Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie opóźnionego:

$$y_C(KB) = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \text{oraz} \quad y_C(KA) = y_C(KB) \quad \rightarrow$$

$$9,24 \text{ m} = v_{0B} \cdot 0,75 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,75^2 \text{ s}^2 \quad \rightarrow$$

$$v_{0B} \approx 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 3. (zastosowanie równań opisujących ruch kulki K_B względem kulki K_A)

Zapišemy wektorowe równania ruchu dla prędkości kulek K_A i K_B względem ziemi.

Równania te rozpiszemy na współrzędne prędkości v_x oraz v_y (wektor przyspieszenia ziemskiego jest zwrócony przeciwnie do zwrotu osi y , zatem jego współrzędna jest ujemna):

$$\vec{v}_A(t) = \vec{v}_{0A} + \vec{g}t \quad \rightarrow \quad \vec{v}_A(t) = [v_{Ax}(t); v_{Ay}(t)] = [v_{0A}; -gt]$$

$$\vec{v}_B(t) = \vec{v}_{0B} + \vec{g}t \quad \rightarrow \quad \vec{v}_B(t) = [v_{Bx}(t); v_{By}(t)] = [0; v_{0B} - gt]$$

Obliczymy prędkość kulki K_B w układzie odniesienia kulki K_A , czyli obliczymy prędkość względną kulek. Następnie wyrazimy tę prędkość względną we współrzędnych:

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B(t) - \vec{v}_A(t) = [0 - v_{0A}; (v_{0B} - gt) - (-gt)]$$

$$\vec{v}_{BA} = [v_{BAx}; v_{BAy}] = [-v_{0A}; v_{0B}] = \left[-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_{0B}\right]$$

W związku z powyższym kulka K_B porusza się w układzie odniesienia kulki K_A ze stałą prędkością, której współrzędna pozioma wynosi (-8 m/s) a pionowa v_{0B} . Z drugiej strony wektor przemieszczenia $\Delta \vec{r}_{AB}$ (do momentu zderzenia kulek) kulki K_B w układzie odniesienia kulki K_A ma współrzędne:

$$\Delta \vec{r}_{BA} = [\Delta x_{BA}; \Delta y_{BA}] = [-6 \text{ m}; 12 \text{ m}]$$

Powyższe oznacza, że kulka K_B porusza się względem K_A po skosie do momentu zderzenia: 6 m w lewo i 12 m w górę. Zastosujemy równanie ruchu jednostajnego w wersji wektorowej:

$$\Delta \vec{r}_{BA} = \vec{v}_{BA} t_z \quad \rightarrow \quad [-6 \text{ m}; 12 \text{ m}] = \left[-8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z; v_{0B} \cdot t_z\right]$$

Równanie to rozpiszemy na współrzędne:

$$6 \text{ m} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad 12 \text{ m} = v_{0B} \cdot t_z \quad \rightarrow \quad \frac{6 \text{ m}}{12 \text{ m}} = \frac{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{v_{0B}} \quad \rightarrow \quad v_{0B} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 4. (zastosowanie równań ruchu kulki K_A i kulki K_B w układzie odniesienia, który spada swobodnie)

Rozważmy ruch obu kulek w nieinercyjnym, swobodnie spadającym pionowo układzie odniesienia NU . Załóżmy dalej, że układ NU rozpoczął spадanie w chwili t_0 – tej samej chwili, w której rzucono kulkę K_A .

Zauważmy, że układ odniesienia NU spada w z takim samym przyspieszeniem ziemskim skierowanym w dół, z jakim poruszają się kulki K_A i K_B . W związku z tym, przyspieszenia obu kulek względem spadającego układu NU wynoszą zero.

Ponieważ przyspieszenia kulek w spadającym układzie odniesienia NU wynoszą zero, to kulki poruszają się w tym układzie NU ruchem jednostajnym prostoliniowym (mówimy, że względem układu NU kulki są w stanie nieważkości, jak np. w spadającej swobodnie windzie).

Zanotujmy ważne wnioski wynikające z powyższego rozważania:

- Ponieważ układ odniesienia NU rozpoczął spадanie w tej samej chwili t_0 co kulka K_A i spada razem z nią, to prędkość kulki K_A w NU ma tylko składową poziomą, równą prędkości początkowej K_A względem ziemi (pionowa składowa prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(KA)_{NU}} = \left[8 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 0\right]$$

- Prędkość kulki K_B w NU ma tylko składową pionową, równą prędkości początkowej kulki K_B względem ziemi (pozioma składowa tej prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(KB)_{NU}} = [0; v_{0B}]$$

- Do momentu zderzenia kulka K_A przebywa w układzie odniesienia NU drogę (w poziomie) równą $\Delta x_{(KA)_{NU}} = 6 \text{ m}$, a kulka K_B przebywa w układzie odniesienia NU drogę (w pionie) równą $\Delta y_{(KB)_{NU}} = 12 \text{ m}$.

Z własności ruchu jednostajnego prostoliniowego (w układzie odniesienia NU) otrzymujemy:

$$t_{Az} = t_{Bz} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta x_{(KA)_{NU}}}{v_{(KA)_{NU}}} = \frac{\Delta y_{(KB)_{NU}}}{v_{(KB)_{NU}}}$$

$$\frac{6 \text{ m}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{12 \text{ m}}{v_{0B}} \quad \rightarrow \quad v_{0B} = 16 \text{ m/s}$$

Sposób 5. (rozwiązanie z zastosowaniem zasady zachowania energii mechanicznej)

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki K_A w punkcie C :

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_{(KA)C}^2}{2} + mgy_C \quad \text{gdzie} \quad v_{(KA)C}^2 = v_{0A}^2 + (gt_z)^2$$

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki K_B w punkcie C :

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{mv_{(KB)C}^2}{2} + mgy_C \quad \text{gdzie} \quad v_{(KB)C} = v_{0B} - gt_z$$

Wyznamy t_z z wartości poziomych składowych prędkości i przemieszczenia kulki K_A :

$$t_z = \frac{\Delta x_{(KA)}}{v_{0A}} = \frac{6 \text{ m}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,75 \text{ s}$$

Zapiszemy układ równań wynikający z powyższych zależności:

$$\begin{cases} \frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_C \\ \frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_C \\ t_z = 0,75 \text{ s} \end{cases}$$

Rozwiążemy powyższy układ równań:

$$\begin{cases} \frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + \frac{mv_{0B}^2}{2} - \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} \rightarrow \\ t_z = 0,75 \text{ s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \frac{v_{0A}^2}{2} + \frac{(gt_z)^2}{2} + \frac{v_{0B}^2}{2} - \frac{v_{0B}^2 - 2v_{0B}gt_z + (gt_z)^2}{2} \rightarrow \\ t_z = 0,75 \text{ s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \frac{v_{0A}^2}{2} + \frac{(gt_z)^2}{2} + \frac{v_{0B}^2}{2} - \frac{v_{0B}^2}{2} + v_{0B}gt_z - \frac{(gt_z)^2}{2} \rightarrow \\ t_z = 0,75 \text{ s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_A = v_{0B}t_z \\ t_z = 0,75 \text{ s} \end{cases} \quad \rightarrow \quad v_{0B} = \frac{h_A}{t_z} = \frac{12 \text{ m}}{0,75 \text{ s}} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 2.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) [...] posługuje się pojęciami [...] momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami; III.5) [...] oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy. II.20) [...] wykorzystuje [...] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPF

Zadanie 2.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach [...]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.23) opisuje ruch ciał na równi pochyłej. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kąowego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami. <i>ALBO</i> II.20) [...] wykorzystuje [...] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.5) [...] oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości a przyspieszenia liniowego walca W2 poprzez g , β i k_2 **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a :

$$a = \frac{\sin \beta}{1 + k_2} g$$

3 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 **oraz** uwzględnienie w tych równaniach poprawnych wyrażeń opisujących wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 i wartość momentu siły działającego na W2, **oraz** uwzględnienie związku między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym i wzoru na moment bezwładności walca W2, **oraz** uwzględnienie (zob. uwaga poniżej) warunku, że siła tarcia nie osiągnęła wartości maksymalnej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma = mg \sin \beta - T \quad \text{oraz} \quad k_2 m R^2 \frac{a}{R} = RT$$

Uwaga! Spełnienie ostatniego warunku (po trzecim „oraz”) oznacza pozostawienie wartości siły tarcia T jako niewiadomej w układzie równań. Zdający nie spełnia powyższego kryterium, jeśli zapisze $T = \mu mg \cos \beta$.

LUB

– wyprowadzenie (z dynamicznych równań ruchu) i zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a , **pomimo** błędnego określenia siły tarcia, jako takiej, która osiągnęła wartość maksymalną (tzn. z jednym błędnym zapisem: $T = \mu mg \cos \beta$), np.:

$$(\text{równania ruchu z błędnym zapisem } T = \mu mg \cos \beta) \quad \rightarrow \quad a = \frac{\sin \beta}{1 + k_2} g$$

2 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 **oraz** uwzględnienie w tych równaniach poprawnych wyrażeń opisujących wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 **oraz** wartość momentu siły działającego na W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(ma = mg \sin \beta - T \quad \text{oraz} \quad I_2 \epsilon = RT)$$

albo

$$(ma = Q_{\parallel} - T \quad \text{oraz} \quad I_2 \epsilon = RT)$$

1 pkt – zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 (bez poprawnego rozpisania F_w i M_T), np. zapisy równoważne poniższym:

$$(ma = F_w \quad \text{oraz} \quad I_2 \epsilon = M_T)$$

LUB

– zapisanie poprawnego wzoru na wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 **oraz** zapisanie poprawnego wzoru na moment siły tarcia działający na walec W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_w = Q_{\parallel} - T \quad \text{oraz} \quad M_T = RT$$

LUB

- poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca W2 **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia opisującego wartość siły wypadkowej działającej na walec W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma = Q_{\parallel} - T$$

LUB

- poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem osi symetrii, **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia opisującego wartość momentu siły działającego na W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_2 \epsilon = RT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasady zachowania energii) wyznaczenia wartości a przyspieszenia liniowego walca W2 poprzez g , β i k_2 **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a :

$$a = \frac{\sin \beta}{1 + k_2} g$$

- 3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyspieszenia liniowego walca z zasady zachowania energii, tzn. spełnienie warunków za 2 pkt **oraz** zastosowanie wzoru na moment bezwładności walca, **oraz** zastosowanie związku między prędkością a przyspieszeniem i drogą (z wyeliminowanym czasem) w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k_2mR^2\frac{v^2}{R^2} \quad \text{oraz} \quad v^2 = 2as$$

albo

$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}k_2v^2 \quad \text{oraz} \quad v^2 = 2as$$

- 2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca W2, energię kinetyczną ruchu obrotowego walca W2 i energię potencjalną walca W2, **oraz** zastosowanie związku między prędkością kątową walca a prędkością liniową walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R) \quad \text{albo} \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\frac{v^2}{R^2}$$

- 1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** uwzględnienie (poprzez oznaczenie) w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca W2, ruchu obrotowego walca W2 i energii potencjalnej walca W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{\text{pot wal}} = E_{\text{kin wal post}} + E_{\text{kin wal obr}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości a przyspieszenia liniowego walca W2 poprzez g , β i k_2 **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a :

$$a = \frac{\sin \beta}{1 + k_2} g$$

3 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia (z kątem β) opisującego moment siły działający na W2 (względem chwilowej osi obrotu), **oraz** uwzględnienie związku między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym, **oraz** uwzględnienie związku między I_{chw} a I_2 , np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = R \cdot mg \sin \beta \quad \text{oraz} \quad \epsilon = \frac{a}{R} \quad \text{oraz} \quad I_{chw} = I_2 + mR^2$$

albo (w jednym równaniu)

$$(I_2 + mR^2) \frac{a}{R} = R \cdot mg \sin \beta$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia (z kątem β) opisującego moment siły działający na W2 (względem chwilowej osi obrotu) **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu jest różny od I_2 , np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = R \cdot mg \sin \beta$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu (z oznaczeniem momentu siły ciężkości) wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu (oś chwilowa musi być zidentyfikowana) **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu jest różny od I_2 , np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = M_Q$$

LUB

– zapisanie poprawnego wzoru na moment siły względem chwilowej osi obrotu (ta oś chwilowa musi być zidentyfikowana) **oraz** poprawna identyfikacja siły, która powoduje moment względem chwilowej osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$M_Q = R \cdot Q_{\parallel} \quad \text{albo} \quad M_Q = R \cdot mg \sin \beta$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie zasad dynamiki)

Na walec W2 działają trzy siły: siła tarcia statycznego $\vec{T}$ oraz siła reakcji równi $\vec{F}_r$ oraz siła ciężkości walca $\vec{Q}$. Wypadkowa ze wszystkich sił działających na walec ma kierunek wzdłuż równi i wartość opisaną wyrażeniem:

$$F_w = mg \sin \beta - T$$

Jedynie siła tarcia statycznego ma niezerowy moment względem osi obrotu walca W2:

$$M_T = RT$$

Zapiszemy równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca W2 oraz dla ruchu obrotowego walca W2 (względem osi symetrii):

$$\begin{cases} ma = mg \sin \beta - T \\ I_2 \epsilon = RT \end{cases}$$

Siła tarcia statycznego nie osiągnęła wartości maksymalnej, zatem pozostaje niewiadomą w powyższym układzie równań. Zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym (w przypadku toczenia się bez poślizgu) oraz wzór na moment bezwładności walca W2:

$$\begin{aligned} \begin{cases} ma = mg \sin \beta - T \\ k_2 m R^2 \frac{a}{R} = RT \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} ma = mg \sin \beta - T \\ k_2 ma = T \end{cases} \rightarrow \\ \begin{cases} ma = mg \sin \beta - k_2 ma \\ k_2 ma = T \end{cases} &\rightarrow a + k_2 a = g \sin \beta \\ a = \frac{\sin \beta}{1 + k_2} g \end{aligned}$$

Sposób 2. (zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej)

Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska energia mechaniczna pozostaje stała podczas ruchu walca – siły oporów pomijamy, a siła tarcia statycznego nie zmienia całkowitej energii kinetycznej (prace siły tarcia statycznego i momentu siły tarcia statycznego znoszą się).

W chwili początkowej energia mechaniczna walca W2 jest równa jego energii potencjalnej grawitacji. Przyjmujemy, że zero energii potencjalnej jest na poziomie środka masy walca W2, gdy ten jest u podnóża równi. Zatem u podnóża równi energia mechaniczna walca W2 jest równa tylko jego energii kinetycznej całkowitej (ruchu postępowego i obrotowego).

Zapiszemy zasadę zachowania energii mechanicznej:

$$E_{pot \text{ wal}} = E_{kin \text{ wal post}} + E_{kin \text{ wal obr}}$$

Wysokość, na jakiej znajduje się środek masy walca W2 w chwili początkowej, liczona względem poziomego zera energii potencjalnej, przyjmujemy jako h . Zastosujemy wzory na wymienione rodzaje energii:

$$1) \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2$$

Wykorzystamy związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu) oraz wzór na moment bezwładności walca W2. Wyznamy kwadrat prędkości walca u podnóża równi:

$$2) \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(k_2 m R^2) \cdot \frac{v^2}{R^2} \rightarrow gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}k_2 v^2$$

$$3) \quad v^2 = \frac{2gh}{(1 + k_2)}$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyspieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyspieszonym (siła wypadkowa jest stała) bez prędkości początkowej, drogę powiążemy z wysokością i kątem nachylenia równi:

$$4) \quad v^2 = 2as \quad 5) \quad h = \sin \beta \cdot s$$

Przyrównamy do siebie prawe strony równań 3) i 4) z uwzględnieniem związku 5):

$$6) \quad 2as = \frac{2g \sin \beta \cdot s}{(1 + k_2)} \rightarrow$$

$$7) \quad a = \frac{\sin \beta}{(1 + k_2)} g$$

Sposób 3. (zastosowanie metody chwilowej osi obrotu)

Rozważmy obrót walca W2 wokół chwilowej osi obrotu. Chwilowa oś obrotu zawiera odcinek stycznej walca z powierzchnią równi w danej chwili. Jedynie siła ciężkości $\vec{Q}$ walca ma niezerowy moment względem tej osi obrotu (tzn. jej składowa $\vec{Q}_{\parallel}$ wzdłuż równi).

Ramię tej siły jest równe R , zatem:

$$1) \quad M_Q = R \cdot Q_{\parallel} \quad \text{gdzie} \quad Q_{\parallel} = mg \sin \beta$$

W metodzie chwilowej osi obrotu rozważamy tylko ruch obrotowy. Zapiszemy równanie wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu:

$$2a) \quad I_{chw} \epsilon = M_Q \rightarrow I_{chw} \epsilon = R \cdot Q_{\parallel} \rightarrow 2b) \quad I_{chw} \epsilon = R \cdot mg \sin \beta$$

Wyznamy wzór na moment bezwładności walca W2 względem chwilowej osi obrotu (z twierdzenia Steinera):

$$3) \quad I_{chw} = I_2 + mR^2 = k_2 mR^2 + mR^2 = (k_2 + 1)mR^2$$

Do równania 2b) podstawimy zależność 3) oraz zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym (w przypadku metody chwilowej osi obrotu przyspieszenie liniowe jest przyspieszeniem chwilowym stycznym do chwilowego toru ruchu punktu środka masy walca W2):

$$4) \quad (k_2 + 1)mR^2 \cdot \frac{a}{R} = R \cdot mg \sin \beta \rightarrow (k_2 + 1)a = g \sin \beta$$

$$5) \quad a = \frac{\sin \beta}{(1 + k_2)} g$$

Zadanie 3.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami [...] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A3

Zadanie 3.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda ustalenia biegu wiązki ultradźwięków od granicy powietrze – woda **oraz** zaznaczenie rysunku C.

*Uwaga! Jeżeli zdający stosuje poprawną metodę ustalenia biegu wiązki ultradźwięków od granicy powietrze – woda **oraz** zapisze w sposób jednoznaczny, który rysunek przedstawia opisaną sytuację, albo zapisze jednoznacznie, że zachodzi całkowite odbicie od granicy ośrodków i nie zaznaczy rysunku, to otrzymuje 3 pkt.*

2 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie prawidłowej wartości tego kąta, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \text{oraz} \quad \alpha_g \approx 13,6^\circ$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia sinusa kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie prawidłowej wartości sinusa tego kąta, **oraz** stwierdzenie/zapisanie, że kąt padania (lub sinus tego kąta) jest większy od kąta granicznego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \text{oraz} \quad (\sin \alpha_g \approx 0,2345 \quad \text{zatem} \quad \alpha_g < 45^\circ)$$

albo

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \text{oraz} \quad (\sin \alpha_g \approx 0,2345) < (\sin 45^\circ \approx 0,7071)$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia kąta załamania dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie wartości sinusa kąta załamania większej od jedności, **oraz** stwierdzenie, że nie istnieje taki kąt, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \alpha_w} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \text{oraz} \quad (\sin \alpha_w > 1 \quad \text{nie istnieje taki kąt } \alpha_w)$$

1 pkt – poprawne zapisanie warunku (z uwzględnieniem wartości prędkości dźwięku), z którego można obliczyć kąt graniczny dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

LUB

– zapisanie warunku (z uwzględnieniem wartości prędkości dźwięku i miary kąta padania) wynikającego z prawa załamania fali, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \alpha_w} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązaniaSposób 1.

Prędkość dźwięku w powietrzu jest mniejsza od prędkości dźwięku w wodzie. Z tego wynika, że istnieje kąt graniczny α_g padania dla wiązki ultradźwięków biegnącej od strony powietrza, powyżej którego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków powietrze – woda.

Wyznamy kąt graniczny dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda. Zapiemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{v_p}{v_w} \quad \rightarrow \quad \frac{\sin \alpha_g}{1} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \rightarrow \quad \sin \alpha_g \approx 0,2345$$

Obliczymy kąt graniczny przy użyciu kalkulatora naukowego:

$$\sin \alpha_g \approx 0,2345 \quad \text{dla} \quad \alpha_g \approx 13,6^\circ$$

Porównamy kąt padania $\alpha_p = 45^\circ$ z kątem granicznym:

$$\alpha_p > \alpha_g \quad (45^\circ > 13,6^\circ)$$

Z powyższego wynika, że nastąpi całkowite odbicie od granicy powietrze – woda.

Prawidłowe zaznaczenie

C

Sposób 2.

Prędkość dźwięku w powietrzu jest mniejsza od prędkości dźwięku w wodzie. Z tego wynika, że istnieje kąt graniczny α_g padania dla wiązki ultradźwięków biegnącej od strony powietrza, powyżej którego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków powietrze – woda.

Wyznamy sinus kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda. Zapiemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla sinusa kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{v_p}{v_w} \quad \rightarrow \quad \frac{\sin \alpha_g}{1} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \rightarrow \quad \sin \alpha_g \approx 0,2345$$

Porównamy sinus kąta padania $\alpha_p = 45^\circ$ z sinusem kąta granicznego:

$$(\sin 45^\circ \approx 0,7071 \quad \text{oraz} \quad \sin \alpha_g \approx 0,2345) \quad \text{zatem} \quad \sin 45^\circ > \sin \alpha_g$$

Ponieważ w przedziale od 0° do 90° sinus jest funkcją rosnącą, to:

$$\sin 45^\circ > \sin \alpha_g \quad \rightarrow \quad (\alpha_p = 45^\circ) > \alpha_g$$

To oznacza, że nastąpi całkowite odbicie od granicy powietrze – woda.

Prawidłowe zaznaczenie

C

Sposób 3.

Zapiszemy warunek wynikający z prawa załamania fali na granicy ośrodków powietrze – woda. Z tego warunku wyznaczymy sinus kąta załamania.

Kąt padania wiązki od strony powietrza oznaczmy jako α_p , a kąt załamania wiązki w wodzie oznaczmy jako α_w .

$$\frac{\sin \alpha_p}{\sin \alpha_w} = \frac{v_p}{v_w} \quad \rightarrow \quad \frac{\sin 45^\circ}{\sin \alpha_w} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \rightarrow \quad \frac{0,707}{\sin \alpha_w} \approx \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1450 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Zatem:

$$\sin \alpha_w \approx 3,02 \quad \sin \alpha_w > 1 \quad \text{NIEMOŻLIWE}$$

Ponieważ nie istnieje kąt, dla którego sinus jest większy od jedynki, to nie istnieje w tym przypadku kąt α_w załamania w wodzie. Z tego wynika, że wiązka ultradźwięków nie wniknie do wody, tylko całkowicie odbije się od granicy powietrze – woda.

Prawidłowe zaznaczenie

C

Zadanie 4.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: X.1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych; X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m^2) [...]; X.3) opisuje zależność natężenia [...] fali kulistej od odległości od punkтового źródła.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia fali kulistej w punkcie X **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z prawidłową jednostką:

$$I_X \approx 3,2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \quad \text{lub} \quad I_X \approx 3,2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad \text{lub} \quad I_X \approx 3,2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{s}^3}$$

1 pkt – poprawne zastosowanie wzoru na natężenie fali kulistej w odległości r_X od źródła z uwzględnieniem symboli wielkości podanych w zadaniu lub poprzez podstawienie wartości liczbowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_X = \frac{E}{\Delta t \cdot 4\pi r_X^2} \quad \text{lub} \quad I_X = \frac{40 \text{ mJ}}{1 \text{ s} \cdot 4\pi \cdot 10^2 \text{ m}^2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Skorzystamy z definicji natężenia fali oraz z warunku zadania, że fala kulista rozchodzi się tak samo we wszystkich kierunkach i nie jest pochłaniana. Zatem energia przechodząca w jednostce czasu przez dowolną sferę ze źródłem fali w jej środku, jest taka sama. Zatem:

$$I = \frac{E}{\Delta t \cdot S} \quad \rightarrow \quad I_X = \frac{E}{\Delta t \cdot 4\pi r_X^2}$$

Obliczymy natężenie fali w punkcie X:

$$I_X = \frac{40 \text{ mJ}}{1 \text{ s} \cdot 4\pi \cdot 10^2 \text{ m}^2} = \frac{10}{\pi} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \approx 3,2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

Zadanie 4.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami [...] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. X.9) stosuje zasadę superpozycji fal; wyjaśnia zjawisko interferencji fal; podaje warunki wzmocnienia oraz wygaszenia się fal.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda ustalenia, czy w punkcie A nastąpi wzmocnienie czy osłabienie interferencyjne (tzn. poprawne obliczenie długości fali i zastosowanie warunków na wzmocnienie/osłabienie) **oraz** zapisanie poprawnej odpowiedzi:

W punkcie A nastąpi osłabienie interferencyjne

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami) **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \lambda \cdot 850 \text{ Hz} \quad \text{oraz}$$

$$r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2} \lambda \quad (\text{osłabienie}) \quad r_2 - r_1 = n\lambda \quad (\text{wzmocnienie})$$

albo (obliczenie różnicy dróg fal jako krotności połowy lub pełnej długości fali)

$$\lambda = 0,4 \text{ m} \quad \text{oraz} \quad \left(11,5 \text{ m} - 10,5 \text{ m} = 1 = \frac{5}{2} \cdot 0,4 \text{ m} \quad \text{lub} \quad \frac{11,5}{0,4} - \frac{10,5}{0,4} = \frac{5}{2} \right)$$

albo (obliczenie różnicy faz jako krotności π lub 2π)

$$\lambda = 0,4 \text{ m} \quad \text{oraz} \quad 2\pi \cdot \frac{11,5 \text{ m}}{0,4 \text{ m}} - 2\pi \cdot \frac{10,5 \text{ m}}{0,4 \text{ m}} = 5\pi (= 2,5 \cdot 2\pi)$$

albo (określenie faz docierających do punktu A)

$$r_1 = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$r_2 = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

LUB

- poprawna metoda obliczenia okresu fali **oraz** poprawna metoda obliczenia obu czasów dotarcia ustalonej fazy fali od każdego z głośników do punktu A **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, zapisanych poprzez okres i czasy, np. zapisy równoważne poniższym:

$$T = \frac{1}{850} \text{ s} \quad \text{oraz} \quad t_1 = \frac{r_1}{v_d} \quad \text{oraz} \quad t_2 = \frac{r_2}{v_d} \quad \text{oraz} \quad \frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = 2,5$$

- 1 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami), np. zapisy równoważne poniższym:

$$340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \lambda \cdot 850 \text{ Hz}$$

LUB

- zapisanie (może być słowne) / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne (z długością fali λ i odległościami r_2 i r_1 lub z fazami i odległościami lub z czasami i okresem), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{jeśli } r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2} \lambda \quad \text{to nastąpi maksymalne osłabienie}$$

$$\text{jeśli } r_2 - r_1 = n\lambda \quad \text{to nastąpi maksymalne wzmocnienie}$$

albo

$$\text{jeśli } \frac{2\pi}{\lambda} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi \quad \text{to nastąpi maksymalne osłabienie}$$

$$\text{jeśli } \frac{2\pi}{\lambda} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 = n \cdot 2\pi \quad \text{to nastąpi maksymalne wzmocnienie}$$

Uwaga! Zapisanie warunków z samymi fazami (np. $\phi_2 - \phi_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi$), bez użycia wzoru na fazę, jest niewystarczające do spełnienia tego kryterium.

albo (opis słowny)

Jeśli do punktu A dotrą fale przeciwne w fazie, to nastąpi maksymalne osłabienie

Jeśli do punktu A dotrą fale zgodne w fazie, to nastąpi maksymalne wzmocnienie

albo

$$\text{jeśli } t_2 - t_1 = \frac{2n \pm 1}{2} T \quad \text{to nastąpi maksymalne osłabienie}$$

$$\text{jeśli } t_2 - t_1 = nT \quad \text{to nastąpi maksymalne wzmocnienie}$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązaniaSposób 1. (zastosowanie warunku z różnicą odległości)

Zapišemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A .

Jeśli r_1 i r_2 są odległościami od punktu A do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz λ jest długością fali, to:

$$\text{jeśli } r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2} \lambda \quad \text{to nastąpi maksymalne osłabienie w } A$$

$$\text{jeśli } r_2 - r_1 = n\lambda \quad \text{to nastąpi maksymalne wzmocnienie w } A$$

Powyższe warunki zastosujemy dla danych zadania.

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{v_d}{f} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{850 \frac{1}{\text{s}}} = 0,4 \text{ m}$$

Sprawdzymy – zgodnie z podanymi warunkami – czy w punkcie A zachodzi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie czy wzmocnienie interferencyjne.

W tym celu obliczymy różnicę odległości punktu A od głośników G1 i G2 i wyrazimy ją poprzez krotność długości fali lub krotność połowy długości fali.

$$r_2 - r_1 = 11,5 \text{ m} - 10,5 \text{ m} = 1 \text{ m}$$

$$r_2 - r_1 = \frac{5}{2} \cdot 0,4 \text{ m} = \frac{5}{2} \lambda$$

Różnica odległości punktu A od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez nieparzystą krotność połowy długości fali. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Sposób 2. (zastosowanie warunku z różnicą faz)

Zapišemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A .

Jeśli ϕ_1 i ϕ_2 są fazami fal docierających do punktu A – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

$$\text{jeśli } |\phi_2 - \phi_1| = (2n \pm 1) \cdot \pi \quad \text{to nastąpi maksymalne osłabienie}$$

$$\text{jeśli } |\phi_2 - \phi_1| = n \cdot 2\pi \quad \text{to nastąpi maksymalne wzmocnienie}$$

Użyjemy wzorów do wyznaczenia obu faz. Rozważamy fazy fal docierających do punktu A w chwili t . Różnica faz źródeł G1 i G2 wynosi zero. Zatem:

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 \quad \text{oraz} \quad \phi_2 = \frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2 \quad \rightarrow$$

$$|\phi_2 - \phi_1| = \frac{2\pi}{\lambda} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 = 2\pi \left(\frac{r_2}{\lambda} - \frac{r_1}{\lambda} \right)$$

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{v_d}{f} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{850 \frac{1}{\text{s}}} = 0,4 \text{ m}$$

Podstawimy długość fali do wzoru na różnicę faz

$$|\phi_2 - \phi_1| = 2\pi \left(\frac{11,5 \text{ m}}{0,4 \text{ m}} - \frac{10,5 \text{ m}}{0,4 \text{ m}} \right) = 2\pi \cdot \frac{1}{0,4} = 2\pi \cdot \frac{5}{2} = 5\pi$$

Różnica faz docierających do punktu A jest równa nieparzystej krotności π .

Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Sposób 3. (zastosowanie warunku z różnicą faz)

Jeśli ϕ_1 i ϕ_2 są fazami fal docierających do punktu A – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

- w punkcie A nastąpi maksymalne wzmocnienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą zgodne
- w punkcie A nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą przeciwne.

Zatem zbadamy, jakie fazy docierają od źródeł G1 i G2 do punktu A w wybranej chwili t .

Założymy dla uproszczenia rozważań, że faza początkowa źródeł w chwili t wynosi 0.

Zbadamy, jak zmieni się faza wzdłuż każdej z dróg. Zauważmy, że na drodze równej długości fali λ następuje zmiana fazy fali o 2π :

$$\lambda \leftrightarrow 2\pi$$

czyli:

$$\lambda = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{850 \frac{1}{\text{s}}} = 0,4 \text{ m} \quad \leftrightarrow \quad 2\pi$$

Zatem:

$$r_1 = 10,5 \text{ m} = 26,25\lambda = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{1}{4} \cdot 2\pi = 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$r_2 = 11,5 \text{ m} = 28,75\lambda = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3}{4} \cdot 2\pi = 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

Do punktu A od głośnika G1 dotrze fala o fazie $\frac{\pi}{2}$, a od głośnika G2 dotrze fala o fazie $\frac{3\pi}{2}$.

Zatem dotrą fale o przeciwnych fazach. Nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne.

Sposób 4. (zastosowanie warunku z różnicą czasów)

Zapišemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A .

Założmy, że t_1 i t_2 są czasami, w jakich dotrą ustalone fazy fal – odpowiednio – od pierwszego i drugiego głośnika do punktu A . Jeśli r_1 i r_2 są odległościami od punktu A do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz λ jest długością fali, to:

$$\text{jeśli } v_d t_2 - v_d t_1 = \frac{2n \pm 1}{2} v_d T \quad \text{to nastąpi maksymalne osłabienie w } A$$

$$\text{jeśli } v_d t_2 - v_d t_1 = n v_d T \quad \text{to nastąpi maksymalne wzmocnienie w } A$$

Powyższe warunki zapiszemy w przekształconej postaci:

$$\text{jeśli } \frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = \frac{2n \pm 1}{2} \quad \text{to nastąpi maksymalne osłabienie w } A$$

$$\text{jeśli } \frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = n \quad \text{to nastąpi maksymalne wzmocnienie w } A$$

Obliczymy t_1 i t_2 oraz T :

$$t_1 = \frac{r_1}{v_d} = \frac{10,5}{340} \text{ s} \approx 0,03088 \text{ s} \quad t_2 = \frac{r_2}{v_d} = \frac{11,5}{340} \text{ s} \approx 0,03382 \text{ s} \quad T = \frac{1}{850 \text{ Hz}} \approx 0,00118 \text{ s}$$

Zatem:

$$\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} \approx \frac{0,03382 \text{ s}}{0,00118 \text{ s}} - \frac{0,03088 \text{ s}}{0,00118 \text{ s}} \approx 2,5 = \frac{5}{2} \quad \left(t_2 - t_1 = \frac{5}{2} T \right)$$

Różnica czasów dotarcia faz fal do punktu A od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez nieparzystą krotność połowy okresu. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Zadanie 5.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego [...]; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych [...]; IV.5) [...] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PFF

Zadanie 5.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. III.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego [...]; III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu. IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A2

Zadanie 5.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. IV.5) [...] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu Chirona dookoła Słońca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $T_C \approx 51 \text{ lat}$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu Chirona dookoła Słońca, tzn.: wykorzystanie równania III prawa Keplera (dla Chirona i Ziemi) z uwzględnieniem okresów obiegu Chirona i Ziemi dookoła Słońca, półosi wielkiej orbity Chirona, promienia orbity Ziemi **oraz** poprawna metoda obliczenia długości półosi wielkiej orbity eliptycznej Chirona, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \text{oraz} \quad 2a_C = r_P + r_A$$

albo

$$\frac{T_C^2}{\left(\frac{8,5 \text{ au} + 18,9 \text{ au}}{2}\right)^3} = \frac{(1 \text{ rok})^2}{(1 \text{ au})^3}$$

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera (dla Chirona i Ziemi) z uwzględnieniem (np. poprzez oznaczenia lub wartości danych liczbowych) okresów obiegu Chirona i Ziemi dookoła Słońca, półosi wielkiej orbity Chirona, promienia orbity Ziemi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \text{albo} \quad \frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{(1 \text{ rok})^2}{(1 \text{ au})^3}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia długości półosi wielkiej orbity eliptycznej Chirona, np. zapisy równoważne poniższym:

$$2a_C = r_P + r_A$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Chiron oraz Ziemia obiegają Słońce – wspólne centrum grawitacyjne. Zatem okres obiegu Chirona dookoła Słońca obliczymy z III prawa Keplera:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \rightarrow \quad T_C = \sqrt{\left(\frac{a_C}{a_Z}\right)^3} \cdot T_Z$$

gdzie a_C jest długością półosi wielkiej dla okołosłonecznej, eliptycznej orbity Chirona, a_Z jest promieniem dla okołosłonecznej, kołowej orbity Ziemi, T_C i T_Z są okresami obiegu – odpowiednio – Chirona i Ziemi dookoła Słońca.

Obliczymy a_C :

$$a_C = \frac{r_P + r_A}{2} \quad \rightarrow \quad a_C = \frac{8,5 \text{ au} + 18,9 \text{ au}}{2} = 13,7 \text{ au}$$

Podstawimy dane do równania wynikającego z III prawa Keplera:

$$T_C = \sqrt{\left(\frac{13,7 \text{ au}}{1 \text{ au}}\right)^3} \cdot 1 \text{ rok} \approx 51 \text{ lat}$$

Zadanie 6.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną [...] gazów; VI.10) opisuje związek między temperaturą w skali Kelvina a [...] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PFP

Zadanie 6.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy [...] wykresy [...] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]; I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) [...] rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną [...] gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek VB [wyznaczenie V_B]:

zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów B i A **lub** stwierdzenie (słownie bądź zapisem matematycznym) że przemiana $A \rightarrow B$ jest izochoryczna **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie B , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{3p_1 V_B}{3T_1} \text{ lub } V_A = V_B \text{ lub } A \rightarrow B \text{ jest izochoryczna} \right) \text{ oraz } V_B = V_1$$

Warunek VC [wyznaczenie V_C]:

zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów C i A lub skorzystanie z własności przemiany izobarycznej ($V \propto T$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie C , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_C}{3T_1} \text{ lub } V \propto T \text{ lub } C \rightarrow A \text{ jest izobaryczna} \right) \text{ oraz } V_C = 3V_1$$

Warunek VX1 [wyznaczenie V_X sposobem 1.]:

zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i A **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 V_X}{3T_1} \text{ oraz } V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Warunek 2_równania:

zapisanie dwóch równań wynikających z równań Clapeyrona dla par stanów: B i A lub C i A lub X i A , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{dwa równania spośród: } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_B V_B}{T_B} \text{ lub } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_C V_C}{T_C} \text{ lub } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_X V_X}{T_X}$$

Warunek Punkty_ABC:

poprawne zaznaczenie na wykresie (V, p) stanów A, B, C (niezależnie od poprawności linii łączących stany lub ich braku, nie musi być żadnych obliczeń).

Warunek Wykres_ABCX

poprawne zaznaczenie na wykresie (V, p) stanów A, B, C, X **oraz** narysowanie poprawnej zależności ciśnienia p od objętości V (z uwzględnieniem kształtu izoterm, tzn. łuku przechodzącego przez punkt X w cyklu przemian $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$).

Warunek VX2 [wyznaczenie V_X sposobem 2.]

zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i B lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(p_B V_B = p_X V_X \text{ lub } V \propto \frac{1}{p} \text{ lub } B \rightarrow X \text{ jest izotermiczna} \right) \text{ oraz } V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Warunek VX3 [wyznaczenie V_X sposobem 3.]

zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i C lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(p_C V_C = p_X V_X \text{ lub } V \propto \frac{1}{p} \text{ lub } X \rightarrow C \text{ jest izotermiczna} \right) \text{ oraz } V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Schemat punktowania

4 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**) **oraz** warunku **Wykres_ABCX**.

3 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku **Punkty_ABC**

LUB

– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)

LUB

– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)

2 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC**

LUB

– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2**)

LUB

– spełnienie warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX3**)

LUB

– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)

LUB

– spełnienie warunku **Punkty_ABC** **oraz** warunku (**VB** lub **VC**)

1 pkt – spełnienie warunku **VB**

LUB

– spełnienie warunku **VC**

LUB

– spełnienie warunku **VX1**

LUB

– spełnienie warunku **2_równania**

LUB

– spełnienie warunku **Punkty_ABC** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)

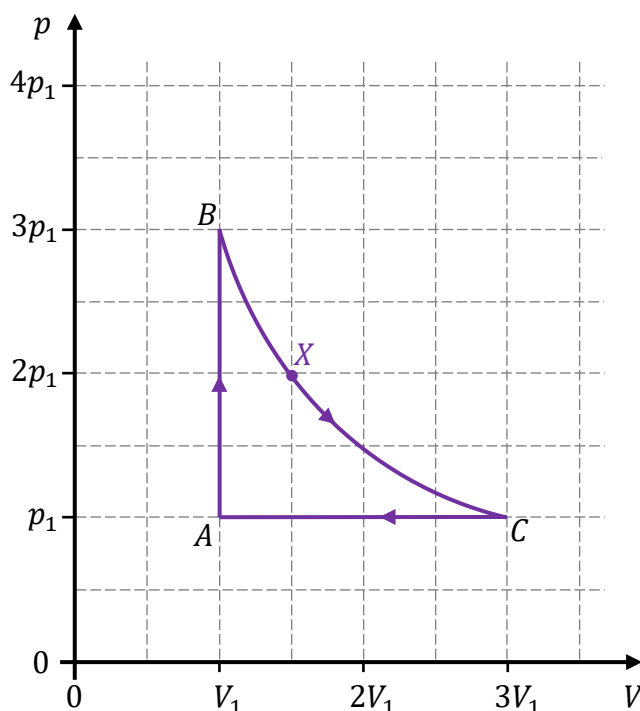
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Warunek **Wykres_ABCX** nie będzie uznany jako spełniony, jeżeli zamiast linii w postaci łuku łączącego punkty BXC , będzie to krzywa łamana złożona z odcinków prostych BX oraz XC .

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wykres 2.



Stan A ma na wykresie współrzędne:

$$A = (V_A; p_A) = (V_1; p_1)$$

Współrzędne stanu $B = (V_B; p_B)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1 .

Z równań Clapeyrona dla stanów A i B oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} \quad \text{gdzie} \quad (p_B = 3p_1 \quad \text{oraz} \quad T_B = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{3p_1 V_B}{3T_1} \quad \rightarrow \quad V_B = V_1 \quad \rightarrow \quad B = (V_B; p_B) = (V_1; 3p_1)$$

Współrzędne stanu $C = (V_C; p_C)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1 . Z równań Clapeyrona dla stanów A i C oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_C V_C}{T_C} \quad \text{gdzie} \quad (p_C = p_1 \quad \text{oraz} \quad T_C = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_C}{3T_1} \quad \rightarrow \quad V_C = 3V_1 \quad \rightarrow \quad C = (V_C; p_C) = (3V_1; p_1)$$

Dalej wyznaczmy objętość V_X stanu X. Można to zrobić na trzy różne sposoby.

Sposób 1. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X; p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1 . Z równań Clapeyrona dla stanów A i X oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_X V_X}{T_X} \quad \text{gdzie} \quad (p_X = 2p_1 \quad \text{oraz} \quad T_X = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 V_X}{3T_1} \quad \rightarrow \quad V_X = \frac{3}{2} V_1 \quad \rightarrow \quad X = (V_X; p_X) = \left(\frac{3}{2} V_1; 2p_1 \right)$$

Sposób 2. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X; p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1 . Z równań Clapeyrona dla stanów B i X oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_B V_B = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_B = 3p_1 \quad \text{oraz} \quad V_B = V_1 \quad \text{oraz} \quad p_X = 2p_1) \quad \text{zatem}$$

$$3p_1 V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad V_X = \frac{3}{2} V_1 \quad \rightarrow \quad X = (V_X; p_X) = \left(\frac{3}{2} V_1; 2p_1 \right)$$

Sposób 3. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X; p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1 . Z równań Clapeyrona dla stanów C i X oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_C V_C = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_C = p_1 \quad \text{oraz} \quad V_C = 3V_1 \quad \text{oraz} \quad p_X = 2p_1) \quad \text{zatem}$$

$$p_1 \cdot 3V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad V_X = \frac{3}{2} V_1 \quad \rightarrow \quad X = (V_X; p_X) = \left(\frac{3}{2} V_1; 2p_1 \right)$$

Zadanie 6.3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną [...] gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.13) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego; VI.14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła oddanego w cyklu **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia na ciepło oddane: $|Q_{CA}| = 5nRT_1$

1 pkt – identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \rightarrow A$ **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $C \rightarrow A$ a przyrostem temperatury ΔT_{CA} , np. zapisy równoważne poniższym:

$$|Q_{odd}| = |Q_{CA}| \quad \text{oraz} \quad |Q_{CA}| = |nC_p \Delta T_{CA}|$$

LUB

– identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \rightarrow A$ **oraz** zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $C \rightarrow A$ z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków energii lub z poprawnym zastosowaniem wzoru na pracę albo zmianę energii wewnętrznej

$$|Q_{odd}| = |Q_{CA}| \quad \text{oraz} \quad (-|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}| \quad \text{lub} \quad \Delta U_{CA} = Q_{CA} - p\Delta V \quad \text{lub} \\ \text{lub} \quad nC_V \Delta T_{CA} = Q_{CA} + W_{CA})$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązaniaSposób 1. (zastosowanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \rightarrow A$ (izobarycznej):

$$1) \quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy wzór na ciepło wymienione w przemianie izobarycznej:

$$2) \quad |Q_{CA}| = |nC_p \Delta T_{CA}|$$

Zastosujemy związek między ciepłem molowym przy stałej objętości a ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu:

$$3) \quad C_p = C_V + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

Do równania 2) podstawimy związek 3) oraz przyrost temperatury ΔT_{CA} odczytany z wykresu 1.:

$$4) \quad |Q_{CA}| = \left| n \frac{5}{2} R (T_1 - 3T_1) \right| = 5nRT_1$$

Sposób 2. (zastosowanie I zasady termodynamiki)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \rightarrow A$ (izobarycznej):

$$1) \quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy I zasadę termodynamiki. Zastosujemy konwencję, zgodnie z którą, gdy gaz traci energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem minus, a gdy zyskuje energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem plus.

Podczas sprężania izobarycznego gaz oddaje do otoczenia energię w postaci ciepła i jednocześnie zyskuje z zewnątrz energię w postaci pracy wykonanej nad układem. Ponadto uwzględnimy od razu, że zmiana energii wewnętrznej jest ujemna, ponieważ temperatura w przemianie izobarycznej $C \rightarrow A$ zmalała. Zapiszemy I zasadę termodynamiki:

$$2a) \quad -|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}| \quad \rightarrow \quad 2b) \quad |Q_{CA}| = |W_{CA}| + |\Delta U_{CA}|$$

W równaniu 2b) uwzględnimy wzór na pracę oraz energię wewnętrzną

$$3) \quad |Q_{CA}| = p|\Delta V_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

W równaniu 3) uwzględnimy równanie stanu gazu doskonałego:

$$4) \quad |Q_{CA}| = nR|\Delta T_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

Do równania 4) podstawimy ciepło $C_V = \frac{3}{2}R$ oraz przyrost temperatury ΔT_{CA} odczytany z wykresu 1.:

$$5) \quad |Q_{CA}| = nR \cdot 2T_1 + n\frac{3}{2}R \cdot 2T_1 = 5nRT_1$$

Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.12) (SP) doświadcza: a) demonstruje [...] powstawanie obrazów za pomocą zwierciadeł płaskich i soczewek. X.16) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki; X.18) doświadcza: [...] f) bada związek między ogniskową soczewki a położeniami przedmiotu i obrazu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPF

Zadanie 7.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]; I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.16) rysuje konstrukcyjnie obrazy utworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek S_{KONSTR} – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia soczewki S za pomocą promienia charakterystycznego biegnącego przez środek soczewki (w rozwiązaniu to promień oznaczony jako P_1).

Warunek S_{BEZ} – poprawne oznaczenie położenia soczewki S bez konstrukcji promieniem charakterystycznym.

Warunek F_{KONSTR} – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne lewego lub prawego ogniska soczewki za pomocą promienia charakterystycznego biegnącego równolegle do osi optycznej po prawej lub po lewej stronie poprawnie wyznaczonej soczewki i przechodzącego przez ognisko (w rozwiązaniu są to promienie oznaczone jako P_3 lub P_2).

Warunek F_{BEZ} – poprawne oznaczenie położenia ogniska F bez konstrukcji promieniem charakterystycznym.

Warunek f – wpisanie prawidłowej wartości liczbowej dla ogniskowej.

Schemat punktowania

3 pkt – spełnienie warunku S_{KONSTR} **oraz** warunku F_{KONSTR} **oraz** warunku f .

2 pkt – spełnienie warunku S_{KONSTR} **oraz** warunku F_{KONSTR}

LUB

– spełnienie warunku S_{BEZ} **oraz** warunku F_{KONSTR} **oraz** warunku f

LUB

– spełnienie warunku S_{KONSTR} **oraz** warunku F_{BEZ} **oraz** warunku f

1 pkt – spełnienie warunku S_{KONSTR}

LUB

– spełnienie warunku S_{BEZ} **oraz** warunku F_{KONSTR}

LUB

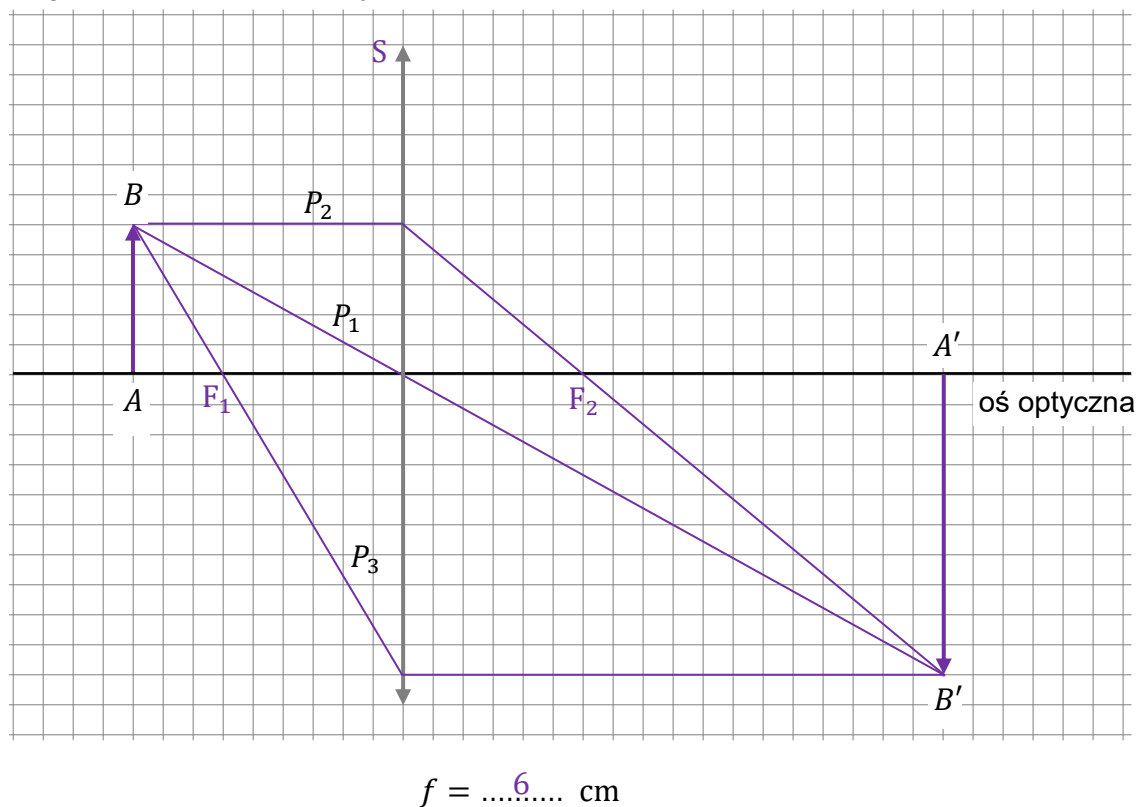
– spełnienie warunku S_{BEZ} **oraz** warunku f .

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa!

Nie ocenia się zapisów w brudnopisie pod zadaniem (np. niekonstrukcyjnych, algebraicznych sposobów wyznaczenia odległości przedmiotu i obrazu od soczewki lub wyznaczenia ogniskowej).

Przykładowe pełne rozwiązanie



Zadanie 8. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]; I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych lub [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu [...] przewodników z prądem (przewodnik prostoliniowy [...]); IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką [...]; IX.6) stosuje do obliczeń związek wartości indukcji pola magnetycznego i natężenia prądu dla prostoliniowego przewodnika [...].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku **oraz** narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości równej 2 umowne jednostki wartości indukcji magnetycznej.

2 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku **oraz** narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości mniejszej od 8 umownych jednostek wartości indukcji magnetycznej (ale różnej od poprawnej wartości 2 jednostek)

LUB

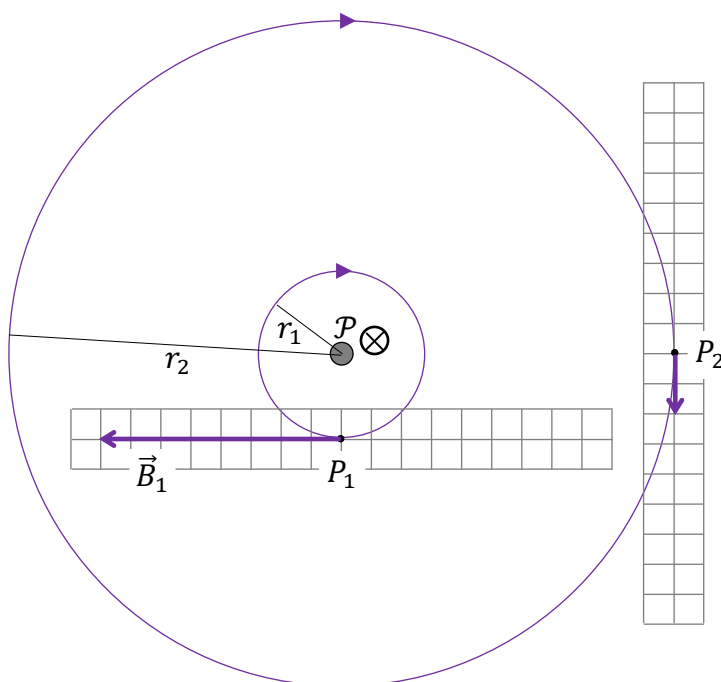
– narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości równej 2 umowne jednostki wartości indukcji magnetycznej.

1 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku

LUB

– narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości mniejszej od 8 umownych jednostek wartości indukcji magnetycznej (ale różnej od poprawnej wartości 2 jednostek).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Zadanie 9.1. (0–1)

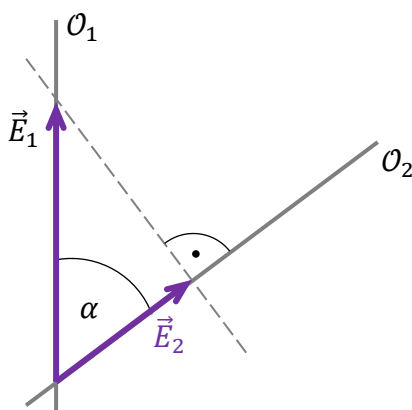
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach ([...] rozkładanie na składowe); I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]; I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego [...]. IX.14) opisuje [...] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych. X.13) rozróżnia fale poprzeczne i podłużne; opisuje światło jako falę elektromagnetyczną poprzeczną; rozróżnia światło spolaryzowane i niespolaryzowane; analizuje polaryzację światła po przejściu przez polaryzator, wynikającą z poprzecznego charakteru fali elektromagnetycznej; X.18) doświadczalnie: a) obserwuje zmiany natężenia światła po przejściu przez dwa polaryzatory, których osie polaryzacji tworzą różne kąty.

Zasady oceniania

1 pkt – narysowanie wektora $\vec{E}_2$ o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i prawidłowej wartości.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie



Zadanie 9.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego [...]. IX.14) opisuje [...] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych. X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali [...] oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy; X.13) rozróżnia fale poprzeczne i podłużne; opisuje światło jako falę elektromagnetyczną poprzeczną; rozróżnia światło spolaryzowane i niespolaryzowane; analizuje polaryzację światła po przejściu przez polaryzator, wynikającą z poprzecznego charakteru fali elektromagnetycznej; X.18) doświadcza: a) obserwuje zmiany natężenia światła po przejściu przez dwa polaryzatory, których osie polaryzacji tworzą różne kąty.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPP

Zadanie 10. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równowagę masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii spoczynkowej cząstki **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w keV zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących: $E_0 \approx 511 \text{ keV}$ (uwzględnia się także wynik $E_0 \approx 510 \text{ keV}$)

2 pkt – zapisanie/wyprowadzenie poprawnego związku między energią kinetyczną cząstki a jej prędkością i energią spoczynkową (z którego można bezpośrednio obliczyć energię spoczynkową) **oraz** poprawne uwzględnienie warunku zadania $v = \frac{1}{2}c$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}} - E_0$$

1 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą cząstki a jej masą (albo energią spoczynkową) i prędkością **oraz** zapisanie związku między energią całkowitą a energią kinetyczną i energią spoczynkową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E = E_{kin} + E_0 \quad \text{oraz} \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek między energią E całkowitą cząstki a jej energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin} :

$$1) \quad E = E_{kin} + E_0$$

Wyprowadzimy związek między energią całkowitą a energią spoczynkową. W tym celu zastosujemy związek między energią całkowitą cząstki a jej masą i prędkością oraz związek między energią spoczynkową cząstki a jej masą:

$$2) \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E_0 = mc^2 \quad \rightarrow$$

$$3) \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Wyrażenie 3) na energię całkowitą podstawimy do wzoru 1):

$$4) \quad \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

Podstawimy dane zadania i obliczymy energię spoczynkową cząstki:

$$5) \quad \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = 79,05 \text{ keV} + E_0 \quad \rightarrow$$

$$6) \quad E_0 = \frac{79,05 \text{ keV}}{\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,25}} - 1\right)} = 510,98 \dots \text{ keV} \approx 511 \text{ keV}$$

Uwaga! W pkt 6) przedstawiono obliczenie z zaokrągleniem wyniku na końcu. Poniżej przedstawiamy rachunek z zaokrągleniami wykonywanymi w obliczeniach pośrednich (w obliczeniach pośrednich zaokrąglamy do co najmniej 4 cyfr znaczących):

$$\frac{E_0}{\sqrt{1 - 0,25}} = 79,05 \text{ keV} + E_0 \quad \rightarrow \quad \frac{E_0}{0,8660} - E_0 \approx 79,05 \text{ keV}$$

$$0,1547E_0 = 79,05 \text{ keV} \quad \rightarrow \quad E_0 \approx 510,9 \dots \text{ keV} \approx 511 \text{ keV}$$

Zadanie 11.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami [...] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związku między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. XI.2) [...] posługuje się pojęciem fotonu oraz oblicza jego energię; XI.5) [...] stosuje zasadę zachowania energii [...] do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

B1

Zadanie 11.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami [...] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związku między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. XI.2) [...] posługuje się pojęciem fotonu oraz oblicza jego energię; XI.4) [...] oblicza różnice energii między poziomami energetycznymi w atomie wodoru; XI.5) [...] stosuje zasadę zachowania energii [...] do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy [...].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii emitowanego fotonu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w eV:

$$E_{42} = 2,55 \text{ eV}$$

2 pkt – zapisanie zasady zachowania energii z uwzględnieniem energii atomu wodoru w stanie $n = 4$, w stanie $n = 2$ i energii E_{42} emitowanego fotonu **oraz** zastosowanie wzorów na energie atomu wodoru w stanie $n = 4$ i w stanie $n = 2$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{42} = \frac{E_1}{4^2} - \frac{E_1}{2^2} \quad \text{lub} \quad E_{42} = -13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

1 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu atom – foton z uwzględnieniem (poprzez oznaczenie) energii atomu wodoru w stanie $n = 4$, energii atomu wodoru w stanie $n = 2$ i energii emitowanego fotonu (oznaczonej jako np. E_{42} lub E_{fot}), np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{42} = E_4 - E_2 \quad \text{lub} \quad E_4 = E_2 + E_{42}$$

LUB

– poprawne obliczenie energii atomu wodoru w stanie $n = 4$ albo w stanie $n = 2$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{wystarczy zapis } E_4 \approx -0,85 \text{ eV} \quad \text{lub} \quad \text{akceptowalny zapis } E_4 = -\frac{13,6}{4^2} \text{ eV}$$

albo

$$\text{wystarczy zapis } E_2 \approx -3,4 \text{ eV} \quad \text{lub} \quad \text{akceptowalny zapis } E_2 = -\frac{13,6}{2^2} \text{ eV}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Energię atomu wodoru w stanie $n = 4$ oznaczmy jako E_4 , a energię atomu wodoru w stanie $n = 2$ oznaczmy jako E_2 . Energię emitowanego fotonu oznaczmy jako E_{42} .

Wykorzystamy zasadę zachowania energii dla układu atom – foton. Zgodnie z powyższymi oznaczeniami oraz zgodnie z założeniem zadania energia układu w stanie początkowym jest równa energii układu w stanie końcowym (energię kinetyczną odrzutu atomu pomijamy):

$$1) \quad E_4 = E_2 + E_{42} \quad \rightarrow$$

$$2) \quad E_{42} = E_4 - E_2$$

Wykorzystamy wzór na energię atomu wodoru znajdującego się na n -tym poziomie (stanie) energetycznym:

$$3) \quad E_{42} = \frac{E_1}{4^2} - \frac{E_1}{2^2} \quad \rightarrow$$

$$4) \quad E_{42} \approx \frac{-13,606 \text{ eV}}{4^2} - \frac{-13,606 \text{ eV}}{2^2} = 2,551 \dots \text{ eV} \approx 2,55 \text{ eV}$$

Zadanie 12.1. (0–2)

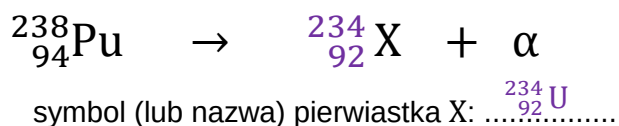
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) [...] opisuje rozpady alfa [...].

Zasady oceniania

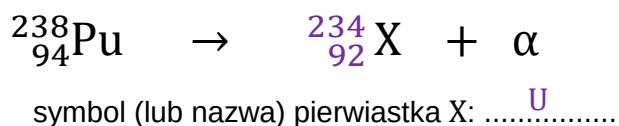
- 2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu α jądra plutonu ${}^{238}_{94}\text{Pu}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka, którego jądro powstaje: ${}^{234}_{92}\text{U}$ albo **U** albo **uran**
- 1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu α jądra plutonu ${}^{238}_{94}\text{Pu}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej powstałego jądra **LUB**
- poprawne zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka X: **uran** albo **U** albo ${}^{234}_{92}\text{U}$
- 0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

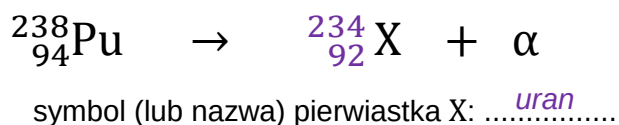
Sposób 1.



Sposób 2.



Sposób 3.



Zadanie 12.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.	Zdający: II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.20) posługuje się pojęciami [...] energii kinetycznej [...]. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe [...]; XII.9) [...] opisuje rozpady alfa [...].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznych jądra X i cząstki α **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego: $\frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{1}{58,5}$ **albo** $\frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} \approx 0,017$

2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu (przed i po rozpadzie jądra ${}^{238}_{94}\text{Pu}$) z uwzględnieniem wartości pędów jądra X i cząstki α i z uwzględnieniem zwrotów prędkości/pędów jądra X i cząstki α **oraz** poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jądra X i cząstki α z uwzględnieniem wzorów na energie kinetyczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_X v_X - m_\alpha v_\alpha = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{m_X v_X^2}{m_\alpha v_\alpha^2}$$

albo

$$p_X - p_\alpha = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{\frac{p_X^2}{2m_X}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}}$$

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu (przed i po rozpadzie jądra ${}^{238}_{94}\text{Pu}$) z uwzględnieniem wartości pędów jądra X i cząstki α i z uwzględnieniem zwrotów prędkości/pędów jądra X i cząstki α , np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_X v_X - m_\alpha v_\alpha = 0 \quad (\text{lub} \quad m_X v_X = m_\alpha v_\alpha) \quad \text{albo} \quad p_X - p_\alpha = 0 \quad (\text{lub} \quad p_X = p_\alpha)$$

LUB

– poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jądra X i cząstki α z uwzględnieniem wzorów na energie kinetyczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{\frac{m_X v_X^2}{2}}{\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}} \quad \text{albo} \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{\frac{p_X^2}{2m_X}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Zapišemy wyrażenie pozwalające wyznaczyć iloraz energii kinetycznych jądra X i cząstki α :

$$1) \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{\frac{1}{2} m_X v_X^2}{\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2} = \frac{m_X v_X^2}{m_\alpha v_\alpha^2}$$

Obliczymy stosunek prędkości tych jąder. W tym celu skorzystamy z zasady zachowania pędu. Pęd układu przed rozpadem (pęd jądra $^{238}_{94}\text{Pu}$) jest równy zero, a pęd układu po rozpadzie jest równy wektorowej sumie pędów jądra X i cząstki α :

$$2) \quad \vec{p}_{\text{Pu}} = \vec{p}_X + \vec{p}_\alpha \quad \rightarrow \quad 3) \quad 0 = m_X v_X - m_\alpha v_\alpha \quad \rightarrow \quad 4) \quad \frac{v_X}{v_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_X}$$

Równanie uzyskane w pkt 4) podstawimy do wzoru w pkt 1) i w ten sposób wyznaczmy stosunek energii kinetycznych jądra X i cząstki α w zależności od ich mas:

$$5) \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{m_X}{m_\alpha} \cdot \left(\frac{v_X}{v_\alpha}\right)^2 = \frac{m_X}{m_\alpha} \cdot \left(\frac{m_\alpha}{m_X}\right)^2 = \frac{m_\alpha}{m_X}$$

Do prawej strony równania podstawimy dane liczbowe:

$$6) \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{1}{58,5} \approx 0,017$$

Sposób 2.

Zapišemy wyrażenie pozwalające wyznaczyć iloraz energii kinetycznych jądra X i cząstki α :

$$1) \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{\frac{p_X^2}{2m_X}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}}$$

Skorzystamy z zasady zachowania pędu. Pęd układu przed rozpadem jest równy zero, a pęd układu po rozpadzie jest równy wektorowej sumie pędów jądra X i cząstki α :

$$2) \quad \vec{p}_{\text{Pu}} = \vec{p}_X + \vec{p}_\alpha \quad \rightarrow \quad 3) \quad 0 = p_X - p_\alpha \quad \rightarrow \quad 4) \quad p_X = p_\alpha$$

Równanie uzyskane w pkt 4) wykorzystamy we wzorze w pkt 1) i w ten sposób wyznaczmy stosunek energii kinetycznych jądra X i cząstki α w zależności od ich mas:

$$5) \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{\frac{p_X^2}{2m_X}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}} = \frac{\frac{1}{2m_X}}{\frac{1}{2m_\alpha}} = \frac{m_\alpha}{m_X}$$

Do prawej strony równania podstawimy dane liczbowe:

$$6) \quad \frac{E_{kin X}}{E_{kin \alpha}} = \frac{1}{58,5} \approx 0,017$$

Zadanie 12.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.15) [...] zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. II.20) posługuje się pojęciami [...] mocy [...]. VI.2) rozróżnia przekaz energii w postaci ciepła między układami o różnych temperaturach i przekaz energii w formie pracy. XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; oblicza liczbę jąder izotopu promieniotwórczego, które pozostają w próbce po dowolnym czasie [...].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu połowicznego rozpadu izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w latach i zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących: $T \approx 88 \text{ lat}$

Uwaga! W tym zadaniu, jeśli zdający stosuje poprawną metodę i otrzymuje wynik liczbowy w latach, pozostawiając go niezaokrąglonym do dwóch cyfr znaczących, to może otrzymać 3 pkt pod warunkiem, że ten wynik po zaokrągleniu dałby wartość $T \approx 88 \text{ lat}$.

2 pkt – poprawne zapisanie jednego równania, z którego bezpośrednio można obliczyć T , wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego i warunku zadania **oraz** prawidłowe uwzględnienie danych liczbowych w tym równaniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{96,13 \text{ J/s}}{100 \text{ J/s}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5 \text{ lat}}{T}} \quad \text{albo} \quad 0,9613 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5 \text{ lat}}{T}}$$

LUB

– poprawne zapisanie jednego równania, z którego bezpośrednio można obliczyć T , wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego i warunku zadania **oraz** przekształcenie tego równania i wyznaczenie $\frac{t}{T}$:

$$\frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \rightarrow \quad \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{P_t}{P_0}\right)$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego (z uwzględnieniem poprzez oznaczenie czasu połowicznego rozpadu) **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie warunku zadania o proporcjonalności mocy cieplnej do liczby jąder, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{N_t}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \text{oraz} \quad \frac{P_t}{P_0} = \frac{N_t}{N_0}$$

albo (w jednym równaniu)

$$\frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \text{albo} \quad P(t) \propto \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Z prawa rozpadu promieniotwórczego wynika, że:

$$1) \quad \frac{N_t}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie N_0 jest liczbą jąder izotopu plutonu $^{238}_{94}\text{Pu}$ w próbce Z w chwili $t_0 = 0$, a N_t jest liczbą jąder izotopu plutonu $^{238}_{94}\text{Pu}$ w tej próbce w chwili t . Ponieważ moc cieplna wytwarzana przez próbkę Z jest wprost proporcjonalna do liczby jąder izotopu plutonu $^{238}_{94}\text{Pu}$ pozostających w próbce Z , to:

$$2) \quad \frac{P_t}{P_0} = \frac{N_t}{N_0}$$

Z równań 1) i 2) wynika, że

$$3) \quad \frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Podstawimy dane liczbowe zadania i rozwiążemy równanie względem T :

- przykładowy sposób 1. prowadzenia rachunku

$$4) \quad \frac{96,13 \text{ J/s}}{100 \text{ J/s}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5 \text{ lat}}{T}} \rightarrow 0,9613 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5 \text{ lat}}{T}}$$

$$5) \quad \frac{5 \text{ lat}}{T} = \log_{\frac{1}{2}} 0,9613 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}}$$

$$6) \quad T = \frac{5 \text{ lat}}{\log_{\frac{1}{2}} 0,9613} = 87,80 \dots \text{ lat} \approx 88 \text{ lat}$$

- przykładowy sposób 2. prowadzenia rachunku

$$4) \quad \frac{96,13 \text{ J/s}}{100 \text{ J/s}} = 2^{-\frac{5 \text{ lat}}{T}} \rightarrow \frac{100 \text{ J/s}}{96,13 \text{ J/s}} = 2^{\frac{5 \text{ lat}}{T}}$$

$$5) \quad \frac{5 \text{ lat}}{T} \approx \log_2 1,04026 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}}$$

$$6) \quad T = \frac{5 \text{ lat}}{\log_2 1,04026} = 87,80 \dots \text{ lat} \approx 88 \text{ lat}$$

- przykładowy sposób 3. prowadzenia rachunku

$$4) \quad \frac{96,13 \text{ J/s}}{100 \text{ J/s}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5 \text{ lat}}{T}} \rightarrow 0,9613 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5 \text{ lat}}{T}}$$

$$5) \quad \log_{10} 0,9613 = \log_{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5 \text{ lat}}{T}} \rightarrow$$

$$\log_{10} 0,9613 = \frac{5 \text{ lat}}{T} \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{2}\right) \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}}$$

$$6) \quad T = 5 \text{ lat} \cdot \frac{\log_{10} 0,5}{\log_{10} 0,9613} = 87,80 \dots \text{ lat} \approx 88 \text{ lat}$$