

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny Arkusz pokazowy
<i>Przedmiot:</i>	Fizyka
<i>Poziom:</i>	Poziom rozszerzony
<i>Formy arkusza:</i>	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-700
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	4 marca 2022 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024 ¹	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów, rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 1.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

¹ Komunikat o wymaganiach egzaminacyjnych obowiązujących w roku 2023 i 2024, <https://www.gov.pl/web/edukacja-i-nauka/wymagania-egzaminacyjne-obowiazujace-na-egzaminie-maturalnym-w-roku-2023-i-2024>

Zasady oceniania**(dla rozwiązania sposobem 1.)**

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości początkowej, tzn. poprawne wyprowadzenie równania toru ruchu: $y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$, przyrównanie współczynników równań toru ruchu: $\frac{g}{2v_0^2} = \frac{1}{18}$ oraz zapisanie prawidłowego wyniku wraz jednostką: $v_0 \approx 9,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (np. jak w krokach 1.–3.).
- 2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu na symbolach wielkości fizycznych, z wykorzystaniem prawidłowych równań rzutu poziomego oraz otrzymanie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$ (np. jak w krokach 1.–2.).
- 1 pkt – zapisanie poprawnych równań rzutu poziomego (jako ruchu złożonego w kierunku poziomym i pionowym): $x(t) = v_0 t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$ (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania**(dla rozwiązania sposobem 2. lub 3.)**

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości początkowej oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.
- 2 pkt – wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości h i zasięgu z rzutu poziomego oraz zastosowanie związku (z wyeliminowanym czasem) między prędkością a zasięgiem i wysokością
LUB
– wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości h i zasięgu z rzutu poziomego oraz obliczenie czasu trwania ruchu (ze wzoru dla spadku swobodnego) i wykorzystanie obliczonego czasu do wzoru na prędkość poziomej składowej ruchu.
- 1 pkt – wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości h i zasięgu z rzutu poziomego
LUB
– wykorzystanie zależności między wysokością i czasem dla pionowej składowej ruchu (spadku swobodnego) oraz wykorzystanie zależności między zasięgiem a prędkością i czasem dla poziomej składowej ruchu (ruchu jednostajnego prostoliniowego).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania**Sposób 1. (wyprowadzenie równania toru ruchu)**

Wyprowadzimy równanie toru ruchu kulki na symbolach wielkości fizycznych. Rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym.

Krok 1. Zapiszemy zależność położenia od czasu $y(t)$ dla składowej pionowej ruchu:

$$y(t) = h - s_y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$$

gdzie h jest wysokością, z jakiej rozpoczyna się rzut, a $s_y(t)$ jest drogą przebytą w kierunku pionowym od chwili $t = 0$. Zapiszemy zależność położenia od czasu $x(t)$ dla składowej poziomej ruchu:

$$x(t) = v_0 t$$

gdzie v_0 jest wartością składowej prędkości w kierunku poziomym.

Krok 2. Z powyższych równań wyznaczmy zależność $y(x)$:

$$t = \frac{v_0}{x} \rightarrow y(x) = h - \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$$

Krok 3. Przyrównamy współczynniki otrzymanego równania oraz równania podanego w zadaniu (z uwzględnieniem jednostki współczynnika przy x^2):

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2 \quad \text{oraz} \quad y = 2 - \frac{1}{18}x^2 \quad \rightarrow \quad \frac{g}{2v_0^2} = \frac{1}{18} \frac{1}{\text{m}}$$

Rozwiążemy otrzymane równanie:

$$\frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2v_0^2} = \frac{1}{18} \frac{1}{\text{m}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_0^2}{9} \frac{1}{\text{m}} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \rightarrow \quad v_0 \approx 9,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (wykorzystanie związku między wysokością, zasięgiem a prędkością początkową)

Z równania toru ruchu wyznaczmy wysokość h oraz zasięg z rzutu. Wysokość rzutu to wartość wyrażenia $y(x)$ w położeniu początkowym $x = 0$. Zasięg to dodatnie miejsce zerowe wyrażenia $y(x)$:

$$h = y(0) \rightarrow h = 2 - \frac{1}{18}0^2 = 2 \text{ m}$$

$$y(z) = 0 \rightarrow 2 - \frac{1}{18}z^2 = 0 \rightarrow z^2 = 36 \text{ m}^2 \rightarrow z = 6 \text{ m}$$

Wyprowadzimy związek między wysokością, zasięgiem a prędkością początkową. Skorzystamy ze wzorów na wysokość w spadku swobodnym oraz drogę w ruchu jednostajnym prostoliniowym:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{oraz} \quad z = v_0t \quad \rightarrow \quad v_0 = z\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$v_0 = 6 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 2 \text{ m}}} \approx 9,4 \text{ m/s}$$

Sposób 3. (wykorzystanie wzoru na zasięg z czasem)

Z równania toru ruchu wyznaczmy wysokość h oraz zasięg z rzutu. Wysokość rzutu to wartość wyrażenia $y(x)$ w położeniu początkowym $x = 0$. Zasięg to dodatnie miejsce zerowe wyrażenia $y(x)$:

$$h = y(0) \rightarrow h = 2 - \frac{1}{18}0^2 = 2 \text{ m}$$

$$y(z) = 0 \rightarrow 2 - \frac{1}{18}z^2 = 0 \rightarrow z^2 = 36 \text{ m}^2 \rightarrow z = 6 \text{ m}$$

Obliczymy czas trwania ruchu kulki – czas trwania rzutu poziomego z wysokości h jest równy czasowi spadku swobodnego z tej wysokości:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{9,81}} \text{ s} \approx 0,64 \text{ s}$$

Prędkość początkowa kulki jest równa poziomej składowej prędkości kulki, która jest stała, zatem:

$$v_0 = \frac{z}{t} \rightarrow v_0 \approx \frac{6 \text{ m}}{0,64 \text{ s}} \approx 9,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

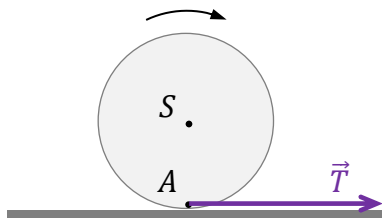
Zadanie 2.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.6) tworzy [...] diagramy [...], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu (opory ośrodka, tarcie statyczne, tarcie kinetyczne) [...]; omawia rolę tarcia na wybranych przykładach.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora siły tarcia zaczepionego w punkcie A.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązanie**Zadanie 2.2. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

B3

Zadanie 2.3. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kąowego oraz momentu bezwładności [...].

Zasady oceniania

- 4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu prędkości kątowych ω_1 a ω_0 oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.
- 3 pkt – wyprowadzenie z dynamicznych równań ruchu zależności między przyspieszeniem kątowym oraz liniowym walca (zależności równoważnej do $\frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$) oraz wyprowadzenie z kinematycznych równań ruchu (z użyciem związku $v_1 = \omega_1 R$) zależności między prędkościami kątowymi ω_1 a ω_0 z wyeliminowanym czasem.
- 2 pkt – poprawne zapisanie kinematycznych oraz dynamicznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca
LUB
- wyprowadzenie z kinematycznych równań ruchu (z użyciem związku $v_1 = \omega_1 R$) zależności między prędkościami kątowymi ω_1 a ω_0 z wyeliminowanym czasem (np. jak w równaniu 5) lub równoważnie)
LUB
 - wyprowadzenie z dynamicznych równań ruchu zależności między przyspieszeniem kątowym oraz liniowym walca: $\frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$ lub zależności równoważnej.
- 1 pkt – poprawne zapisanie kinematycznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca (np. takich jak równania 1) i 2) lub równoważnych)
LUB
- poprawne zapisanie dynamicznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca (np. takich jak równania 7) i 8) lub równoważnych).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Do momentu ustania poślizgu walec przyspiesza w ruchu postępowym i coraz wolniej się obraca. Zapiśmy kinematyczne równania ruchu walca: jednostajnie przyspieszonego postępowego oraz jednostajnie opóźnionego obrotowego:

$$1) v_1 = at$$

$$2) \omega_1 = \omega_0 - \epsilon t$$

gdzie a oraz ϵ są przyspieszeniem liniowym i kątowym walca. Gdy poślizg walca trwa, to $a \neq \epsilon R$ oraz $v \neq \omega R$. W momencie, gdy poślizg walca ustał to prędkość liniowa i prędkość kątowa związane są zależnością:

$$3) v_1 = \omega_1 R$$

Z równań 1) i 2) wyeliminujemy czas, następnie w otrzymanej zależności wykorzystamy równanie 3):

$$4) \omega_1 = \omega_0 - \frac{\epsilon v_1}{a} \quad \rightarrow \quad 5) \omega_1 = \omega_0 - \frac{\epsilon}{a} \cdot \omega_1 R$$

Obie strony otrzymanego równania 5) podzielimy przez ω_0 :

$$6) \frac{\omega_1}{\omega_0} = 1 - \frac{\epsilon}{a} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_0} \cdot R$$

Stosunek $\frac{\epsilon}{a}$ wyznaczmy z dynamicznych równań ruchu walca: postępowego oraz obrotowego. Na walec w kierunku poziomym działa tylko siła tarcia. Wypadkowy moment siły działający na walec to moment siły tarcia, zatem:

$$7) ma = T$$

$$8) I\epsilon = TR \quad \rightarrow \quad 9) \frac{1}{2}mR^2\epsilon = TR$$

Z równań 7) i 9), po wyeliminowaniu siły tarcia, otrzymujemy, że:

$$10) \frac{1}{2}mR^2\epsilon = maR \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}R\epsilon = a \quad \rightarrow \quad 11) \frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$$

Iloraz prędkości kątowych obliczymy po podstawieniu równania 11) do równania 5) lub 6):

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{2}{R} \cdot \omega_1 R \quad \rightarrow \quad \omega_1 = \omega_0 - 2\omega_1 \quad \rightarrow \quad \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{3}$$

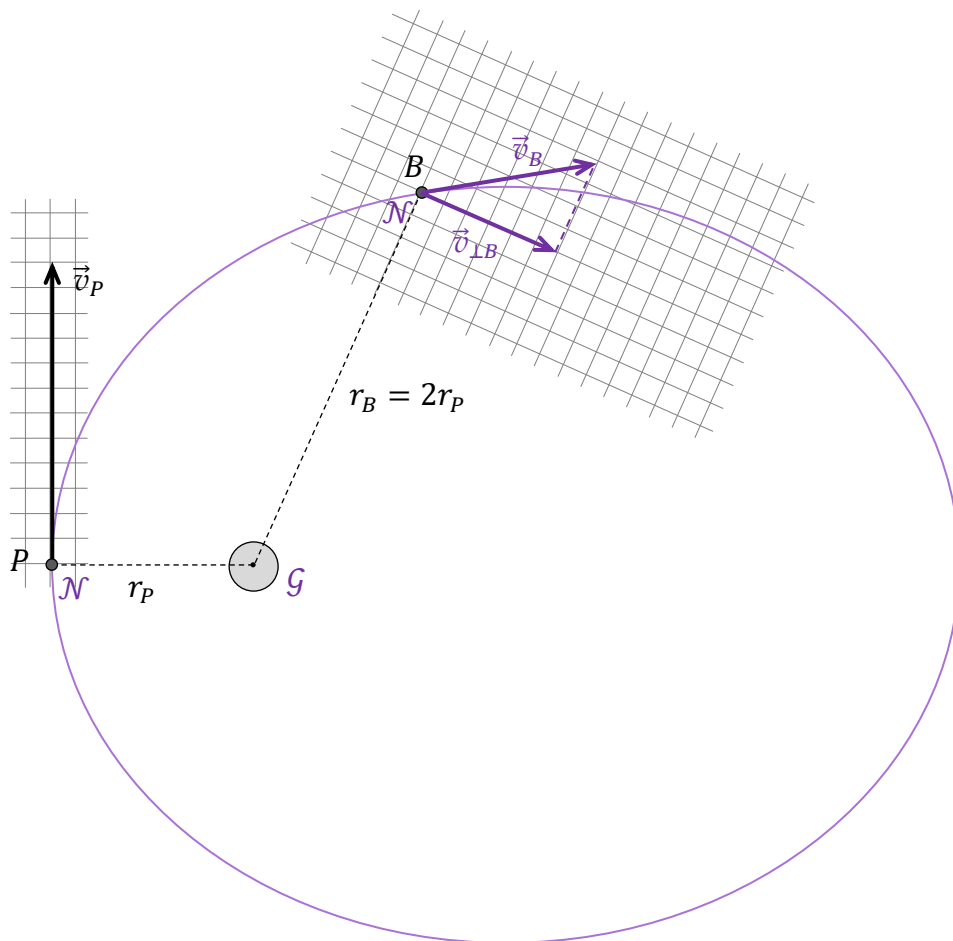
Zadanie 3.1. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) [...] wykonuje graficznie działania na wektorach ([...] rozkładanie na składowe); I.6) tworzy [...] diagramy [...], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]; I.7) wyodrębnia z [...] diagramów [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. III.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego [...]; III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda konstrukcji oraz poprawny opis i uzasadnienie konstrukcji wektora prędkości w punkcie B .
- 2 pkt – zapisanie zasady zachowania momentu pędu: przyrównanie momentu pędu w punkcie P do momentu pędu w punkcie B oraz użycie wzorów na moment pędu oraz narysowanie wektora w punkcie B prostopadłego do promienia wodzącego o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$. Oznaczenia na rysunku i we wzorach muszą być ze sobą zgodne oraz zgodne z treścią zadania.
- 1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania momentu pędu: przyrównanie momentu pędu w punkcie P do momentu pędu w punkcie B oraz użycie wzorów na moment pędu (oznaczenie we wzorze wartości składowej prędkości w punkcie B musi być różne od v_B)
LUB
– narysowanie wektora w punkcie B prostopadłego do promienia wodzącego o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$ (bez uzasadnienia i opisu).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie



Opis etapu 1. konstrukcji

W punkcie B rysujemy wektor $\vec{v}_{\perp B}$, prostopadły do promienia r_B o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$.

Uzasadnienie etapu 1. konstrukcji

Zastosujemy zasadę zachowania momentu pędu poruszającego się punktu względem centrum siły:

$$L_P = L_B \quad \rightarrow \quad r_P m v_P = r_B m v_{\perp B}$$

$$r_P v_P = 2 r_P v_{\perp B} \quad \rightarrow \quad v_{\perp B} = \frac{v_P}{2}$$

gdzie $v_{\perp B}$ to wartość składowej $\vec{v}_{\perp B}$ (prostopadłej do promienia wodzącego) wektora prędkości $\vec{v}_B$ w punkcie B .

Opis etapu 2. konstrukcji

Rysujemy wektor $\vec{v}_B$ styczny do toru ruchu, którego składową prostopadłą do promienia wodzącego jest $\vec{v}_{\perp B}$.

Uzasadnienie etapu 2. konstrukcji

Prędkość ciała $\mathcal{N}$ w punkcie B jest styczna do toru ruchu, a prędkość $\vec{v}_{\perp B}$ jest jej składową prostopadłą do promienia.

Zadanie 3.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego [...]; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 3.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych [...]; IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu [...]; IV.5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu ciała $\mathcal{N}$ dookoła gwiazdy $\mathcal{G}$ (np. jak w krokach 1.–3. przykładowych rozwiązań) oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.
- 2 pkt – wyprowadzenie lub zapisanie jednego poprawnego wyrażenia (do którego zdający bezpośrednio podstawia wartości liczbowe albo na którym kończy rozwiązanie), z którego można bezpośrednio obliczyć okres obiegu pewnego ciała $\mathcal{C}$ dookoła gwiazdy $\mathcal{G}$ (po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) jedynie na podstawie odpowiednich stałych, masy gwiazdy $\mathcal{G}$ oraz promienia orbity (np. zapisanie wyrażenia na $T_{\mathcal{C}}$ jak w kroku 2. w sposobach 1.–3.)
- LUB**
- wyprowadzenie wyrażenia pozwalającego bezpośrednio obliczyć stosunek okresów $T_{\mathcal{C}}$ (pewnego ciała $\mathcal{C}$ obiegającego gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) i $T_{\mathcal{Z}}$ za pomocą tylko a , $a_{\mathcal{Z}}$, $M_{\mathcal{G}}$ oraz $M_{\mathcal{S}}$ (np. zapisanie wyrażenia na $\frac{T_{\mathcal{C}}}{T_{\mathcal{Z}}}$ jak w ostatnim etapie kroku 2. w sposobie 1.).
- 1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na pewne ciało $\mathcal{C}$ (obiegające gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyspieszenie dośrodkowe jako przyspieszenie grawitacyjne) oraz uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyspieszenia) (np. jak w kroku 1. w sposobie 1. lub w sposobie 2.)
- LUB**
- skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną (pewnego ciała $\mathcal{C}$ obiegającego gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$), łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity (np. jak w kroku 1. w sposobie 3.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wykorzystamy wskazówkę (1): okres obiegu ciała po orbicie eliptycznej o pólosci wielkiej równej a jest równy okresowi obiegu ciała po orbicie kołowej o promieniu $r = a$. Rozważmy więc hipotetyczne ciało C poruszające się po orbicie kołowej o promieniu $r = a$. Wtedy:

$$T_C = T_N$$

Sposób 1. (z wykorzystaniem parametrów ruchu orbitalnego Ziemi)

Krok 1. Wyznamy związek między okresem T_C obiegu ciała C po orbicie kołowej a masą M_G gwiazdy G . Zapiśmy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_C \frac{v_C^2}{a} = \frac{G m_C M_G}{a^2}$$

Krok 2. Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_C = \frac{2\pi a}{T_C}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez m_C . Następnie równanie przekształcimy i wyznaczmy okres T_C :

$$\frac{\left(\frac{2\pi a}{T_C}\right)^2}{a} = \frac{G M_G}{a^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 a}{T_C^2} = \frac{G M_G}{a^2} \quad \rightarrow \quad T_C = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G M_G}}$$

Podobnie można wyznaczyć okres obiegu Ziemi dookoła Słońca:

$$T_Z = 2\pi \sqrt{\frac{a_Z^3}{G M_S}}$$

Obliczenia ułatwi wskazówka (2) zamieszczona do zadania 3.3. Obliczymy stosunek okresów T_C i T_Z z wykorzystaniem parametrów ruchu orbitalnego Ziemi:

$$\frac{T_C}{T_Z} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G M_G}}}{2\pi \sqrt{\frac{a_Z^3}{G M_S}}} = \frac{\sqrt{\frac{a^3}{M_G}}}{\sqrt{\frac{a_Z^3}{M_S}}} = \sqrt{\frac{a^3}{M_G} \cdot \frac{M_S}{a_Z^3}} = \sqrt{\left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \frac{M_S}{M_G}}$$

Krok 3. Podstawimy dane do otrzymanego ilorazu okresów i obliczymy T_C :

$$\frac{T_C}{1 \text{ rok}} = \sqrt{6^3 \cdot \frac{1}{2}} \approx 10,4 \quad \rightarrow \quad T_C \approx 10,4 \text{ lat}$$

Ponieważ $T_C = T_N$, zatem

$$T_N \approx 10,4 \text{ lat}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem masy Słońca i jednostki astronomicznej podanych w tablicach)

Krok 1. Wyznamy związek między okresem T_c obiegu ciała C po orbicie kołowej a masą M_G gwiazdy G . Zapiemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_c \frac{v_c^2}{a} = \frac{Gm_c M_G}{a^2}$$

Krok 2. Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_c = \frac{2\pi a}{T_c}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez m_c . Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy okres T_c :

$$\frac{\left(\frac{2\pi a}{T_c}\right)^2}{a} = \frac{GM_G}{a^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 a}{T_c^2} = \frac{GM_G}{a^2} \quad \rightarrow \quad T_c = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_G}}$$

Krok 3. Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy dane z treści zadania oraz z Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki:

$$T_c = 2 \cdot 3,142 \sqrt{\frac{(6 \cdot 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 2 \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}}$$

Wykonujemy obliczenia:

$$T_c = 6,284 \sqrt{27,46 \cdot 10^{14} \text{ s}} \approx 32,9 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$T_c \approx \frac{32,9 \cdot 10^7 \text{ s}}{3,6 \cdot 10^3 \cdot 2,4 \cdot 10^1 \cdot 3,65 \cdot 10^2 \frac{\text{s}}{\text{rok}}} \approx 1,04 \cdot 10^1 \text{ lat} \approx 10,4 \text{ lat}$$

Ponieważ $T_c = T_N$, zatem

$$T_N \approx 10,4 \text{ lat}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem wzoru na prędkość orbitalną)

Krok 1. Wyznamy związek między okresem T_c obiegu ciała C po orbicie kołowej a masą M_G gwiazdy G . Skorzystamy z gotowego wzoru na prędkość ciała C w ruchu po orbicie kołowej o promieniu $r = a$ oraz zastosujemy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu.

$$v_c = \sqrt{\frac{GM_G}{a}} \quad \text{oraz} \quad v_c = \frac{2\pi a}{T_c}$$

Krok 2. Z powyższych równań wyznaczymy T_c :

$$\frac{2\pi a}{T_c} = \sqrt{\frac{GM_G}{a}} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 a^2}{T_c^2} = \frac{GM_G}{a} \quad \rightarrow \quad T_c = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_G}}$$

Krok 3. Okres obliczamy podobnie jak w sposobie 1. lub sposobie 2.

Zadanie 4.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] diagramów [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. X.1) analizuje rozchodzenie się [...] dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych; X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A1

Zadanie 4.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z [...] diagramów [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. X.1) analizuje rozchodzenie się [...] dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych; X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości głośnika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką $v \approx 68 \text{ m/s}$.

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia oraz zapisanie związku $1,5 \approx \frac{v_d+v}{v_d-v}$ (lub w postaci równoważnej z prawidłowo zidentyfikowanymi prędkościami), tzn.: wykorzystanie wzorów Dopplera (albo metody jak w sposobie 3. rozwiązania) z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami oraz zastosowanie związku falowego oraz obliczenie ilorazu częstotliwości odbieranych przez mikrofony na podstawie obrazu powierzchni fazowych.

2 pkt – obliczenie ilorazu częstotliwości odbieranych przez mikrofony na podstawie obrazu powierzchni fazowych i związku falowego: $\frac{f_1}{f_2} \approx 1,5$

LUB

– poprawne wyprowadzenie wzoru $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_d+v}{v_d-v}$ (lub równoważnego), tzn.: wykorzystanie wzorów Dopplera z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami oraz zastosowanie związku falowego albo zastosowanie metody jak w sposobie 3. rozwiązania.

1 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem f_1 oraz f_2

LUB

– wyprowadzenie lub zapisanie związku $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ (lub równoważnego)

LUB

– obliczenie ilorazu długości fal na podstawie obrazu powierzchni fazowych: $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 1,5$

LUB

– zapisanie wzorów na długości fali dźwiękowej w kierunku mikrofonów M1 i M2, np.:
 $\lambda_1 = \lambda_0 - vT$, $\lambda_2 = \lambda_0 + vT$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z wykorzystaniem dokładnych wzorów Dopplera)

Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz wyznaczonego ze wzorów Dopplera i związku falowego.

Zapiszemy wzory Dopplera na częstotliwość f_1 , jaką rejestruje mikrofon M1, gdy głośnik zbliża się do niego oraz na częstotliwość f_2 , jaką rejestruje mikrofon M2, gdy głośnik oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczmy iloraz częstotliwości:

$$1) \quad \begin{cases} f_1 = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v} \\ f_2 = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2) \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

gdzie v jest wartością prędkości, z jaką głośnik zbliża się do M1 i jednocześnie oddala się od M2. Ze związków falowych wyprowadzimy wzór na iloraz długości fal:

$$3) \quad \begin{cases} v_d = f_1 \lambda_1 \\ v_d = f_2 \lambda_2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad 4) \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

gdzie λ_1 i λ_2 są odpowiednio długościami fali dźwiękowej docierającej do M1 i fali dźwiękowej docierającej do M2. Zmierzymy długości fal na rysunku i obliczymy ich iloraz (równy ilorazowi długości fal w rzeczywistości). Długości fal mierzymy wzdłuż prostej l między powierzchniami fazowymi (można zmierzyć dokładniej – np. na 4 długościach):

$$5) \quad \lambda_{1 \text{ Rys}} \approx \frac{3,2 \text{ cm}}{4} \approx 0,8 \text{ cm} \quad \lambda_{2 \text{ Rys}} \approx \frac{4,75 \text{ cm}}{4} \approx 1,2 \text{ cm}$$

$$6) \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_{2 \text{ Rys}}}{\lambda_{1 \text{ Rys}}} \approx \frac{1,2 \text{ cm}}{0,8 \text{ cm}} \approx \frac{1,2}{0,8} \approx 1,5$$

Wartość ilorazu 6) (długości fal) podstawiamy w miejsce prawej strony równania 4):

$$7) \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 1,5$$

Wartość ilorazu 7) (długości częstotliwości) podstawiamy w miejsce lewej strony równania 2). Otrzymane w ten sposób równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy prędkość głośnika:

$$8) \quad 1,5 \approx \frac{v_d + v}{v_d - v} \rightarrow 1,5v_d - 1,5v \approx v_d + v \rightarrow 0,5v_d \approx 2,5v$$

$$9) \quad v \approx \frac{v_d}{5} \rightarrow 10) \quad v \approx \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5} \approx 68 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem przybliżonych wzorów Dopplera)

Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz wyznaczonego ze wzorów Dopplera i związku falowego.

Z obrazu powierzchni falowych wnioskujemy, że prędkość głośnika jest znacznie mniejsza od prędkości dźwięku. Dlatego użyjemy przybliżonych wzorów Dopplera. Zapiszemy przybliżone wzory Dopplera na częstotliwość f_1 , jaką rejestruje mikrofon M1, gdy głośnik zbliża się do niego oraz na częstotliwość f_2 , jaką rejestruje mikrofon M2, gdy głośnik oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczmy iloraz częstotliwości:

$$1) \quad \begin{cases} f_1 \approx f_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{v_d}\right) \\ f_2 \approx f_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right) \end{cases} \rightarrow 2) \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

Ciąg dalszy rozwiązania jest taki sam, jak w sposobie 1.

Sposób 3. (bez użycia wzorów Dopplera)

Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz związku falowego.

Niech λ_1 i λ_2 będą długościami fali dźwiękowej docierającej odpowiednio do mikrofonów M1 i M2. Oznaczmy też jako λ_0 długość fali, jaka byłaby emitowana z nieruchomego głośnika. Ponieważ głośnik porusza się w kierunku mikrofonu M1, to porusza się także w kierunku powierzchni falowej wysłanej do tego mikrofonu (głośnik „goni” wysyłane przez siebie fale w kierunku M1). Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle głośnik po czasie jednego

okresu (swoich drgań) w kierunku M1, będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Z drugiej strony głośnik oddala się od powierzchni falowej wysłanej w kierunku mikrofonu M2. Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wysłę głośnik po czasie jednego okresu w kierunku M2, będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Stąd otrzymujemy:

$$1) \quad \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_0 - vT \\ \lambda_2 = \lambda_0 + vT \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2) \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_0 - vT}{\lambda_0 + vT} = \frac{1 - \frac{vT}{\lambda_0}}{1 + \frac{vT}{\lambda_0}}$$

Ze związku falowego otrzymamy:

$$3) \quad v_d = \frac{\lambda_0}{T} \quad \rightarrow \quad 4) \quad \frac{1}{v_d} = \frac{T}{\lambda_0}$$

Na podstawie równań 2) i 4) otrzymujemy:

$$5) \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1 - \frac{v}{v_d}}{1 + \frac{v}{v_d}} \quad \rightarrow \quad 6) \quad v = \frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} + 1} v_d$$

Zmierzymy na rysunku długości fal. Iloraz długości fal w rzeczywistości i na rysunku jest taki sam, zatem:

$$7) \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_{2 \text{ Rys}}}{\lambda_{1 \text{ Rys}}} \approx \frac{1,2 \text{ cm}}{0,8 \text{ cm}} \approx \frac{1,2}{0,8} \approx 1,5$$

Zależność 7) podstawimy do równania 6) i obliczymy prędkość głośnika:

$$v = \frac{1,5 - 1}{1,5 + 1} \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 68 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 4.3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: X.3) opisuje zależność natężenia [...] fali kulistej od odległości od punkowego źródła.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 5.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.17) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu. IX.6) [szkoła podstawowa] opisuje jakościowo zjawisko załamania światła na granicy dwóch ośrodków różniących się prędkością rozchodzenia się światła; wskazuje kierunek załamania; IX.10) [szkoła podstawowa] opisuje światło białe jako mieszaninę barw i ilustruje to rozszczepieniem światła w pryzmacie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 5.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu oraz kąta α_3 , prawidłowe wyniki liczbowe, porównanie obu kątów oraz zapisanie poprawnego wniosku: *Promień światła nie wyjdzie przez powierzchnię BC.*

3 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $\alpha_g \approx 36,8^\circ$ oraz zapisanie związku pozwalającego obliczyć α_3 :
 $60^\circ + (90^\circ - \alpha_2) + (90^\circ - \alpha_3) = 180^\circ$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia współczynnika załamania światła dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $n \approx 1,67$
LUB

– poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $\alpha_g \approx 36,8^\circ$

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć α_g : $\sin \alpha_g = \frac{1}{n}$

(zapis może być w postaci jednego równania: $\sin \alpha_g = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$) oraz zapisanie

związku pozwalającego obliczyć α_3 : $60^\circ + (90^\circ - \alpha_2) + (90^\circ - \alpha_3) = 180^\circ$.

1 pkt – zapisanie strategii rozwiązania polegającej na porównaniu kąta α_3 z kątem granicznym α_g dla materiału pryzmatu

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n$ oraz poprawne obliczenie co najmniej jednego kąta lub wartości jednego z sinusów

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć α_3 :

$60^\circ + (90^\circ - \alpha_2) + (90^\circ - \alpha_3) = 180^\circ$

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć α_g : $\sin \alpha_g = \frac{1}{n}$

(zapis może być w postaci jednego równania: $\sin \alpha_g = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Żeby rozstrzygnąć, czy promień wyjdzie na zewnątrz pryzmatu przez powierzchnię BC , należy ustalić, czy kąt α_3 jest większy, czy mniejszy od kąta granicznego α_g dla materiału pryzmatu. Jeśli okaże się, że $\alpha_3 > \alpha_g$, to nastąpi całkowite wewnętrzne odbicie od powierzchni BC , a jeśli $\alpha_3 < \alpha_g$, to promień przejdzie na zewnątrz pryzmatu. Żeby ustalić tę relację, należy obliczyć α_3 .

1. Obliczymy kąty α_1 oraz α_2 . W tym celu na podstawie rysunku obliczymy tangensy tych kątów i następnie użyjemy kalkulatora naukowego:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{15}{19} \approx 0,790 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \alpha_1 \approx 38,3^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{10}{25} = 0,4 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \alpha_2 \approx 21,8^\circ$$

2. Obliczymy współczynnik załamania światła (n) dla materiału pryzmatu i następnie kąt graniczny (α_g):

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n \quad \rightarrow \quad n \approx \frac{\sin 38,3^\circ}{\sin 21,8^\circ} \approx 1,67$$

$$\sin \alpha_g = \frac{1}{n} \approx 0,599 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \alpha_g \approx 36,8^\circ$$

3. Obliczymy kąt α_3 . W tym celu wykorzystamy podstawowe związki geometryczne:

$$\angle ACB + (90^\circ - \alpha_2) + (90^\circ - \alpha_3) = 180^\circ$$

$$60^\circ + (90^\circ - \alpha_2) + (90^\circ - \alpha_3) = 180^\circ \quad \rightarrow \quad 60^\circ - 21,8^\circ - \alpha_3 = 0$$

$$\alpha_3 = 38,2^\circ$$

4. Porównujemy kąty i formułujemy wniosek:

$$\alpha_3 > \alpha_g$$

Promień światła nie wyjdzie przez powierzchnię BC, tylko ulegnie całkowitemu wewnętrznemu odbiciu.

Zadanie 5.3. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.14) [...] interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu i popędem siły. XI.1) opisuje dualizm korpuskularno-falowy światła; stosuje pojęcie fotonu [...]; XI.4) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna konstrukcja kierunku i zwrotu siły $\vec{F}_{\text{św}}$, z jaką impuls światła działa na ośrodek w punkcie G : tzn. prawidłowe wyznaczenie kierunku i zwrotu wektora różnicy pędów oraz narysowanie i podpisanie wektora przeciwnego (do wektora różnicy pędów).

1 pkt – poprawna konstrukcja kierunku i zwrotu siły, z jaką ośrodek działa na impuls światła w punkcie G : (tzn. wystarczy prawidłowe wyznaczenie kierunku i zwrotu wektora różnicy pędów).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

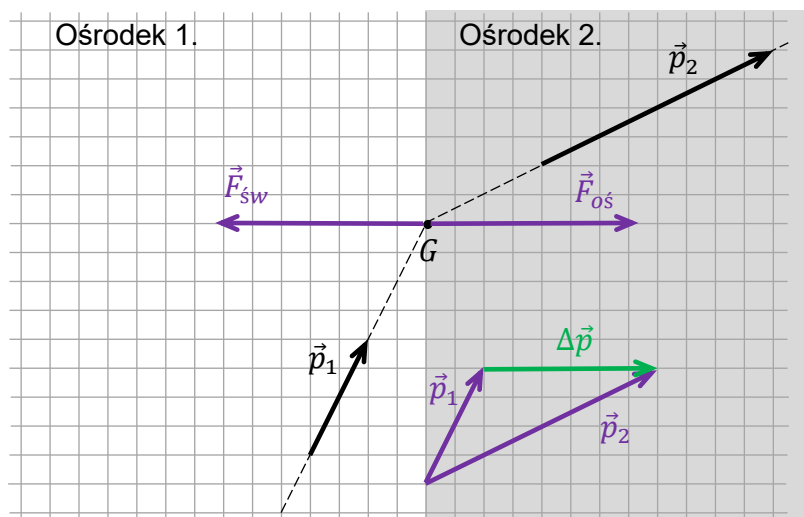
Najpierw wyznaczmy kierunek i zwrot siły $\vec{F}_{o\acute{s}}$, z jaką materia ośrodka działa na impuls światła w punkcie G . Wykorzystamy korpuskularną naturę światła oraz fakt, o którym mówi II zasada dynamiki, że zmiana wektora pędu podzielona przez czas jest równa sile. Zatem wektor różnicy pędów impulsu światła ma kierunek i zwrot taki sam jak wektor siły (oddziaływania materii ośrodka na impuls światła):

$$\text{Skoro} \quad \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_{o\acute{s}} \quad \text{to} \quad \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \propto \vec{F}_{o\acute{s}}$$

Następnie skorzystamy z III zasady dynamiki: siła, z jaką impuls światła działa na punkt materii ośrodka, ma kierunek i zwrot przeciwny do siły, z jaką punkt materii ośrodka działa na impuls światła:

$$\vec{F}_{\text{św}} = -\vec{F}_{\text{oś}}$$

[Konstrukcję na rysunku oznaczono kolorem fioletowym i kolorem zielonym.]



Zadanie 6.1. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FFP

Zadanie 6.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

C2

Zadanie 6.3. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \rightarrow C$ ciepło jest pobierane (oparta na porównaniu przemian $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$): poprawne porównanie ubytków energii wewnętrznych (lub energii wewnętrznych końcowych) oraz prac w obu przemianach, powołanie się na fakt, że w przemianie $A \rightarrow D$ nie ma wymiany ciepła oraz poprawne wnioskowanie o tym, że ciepło musi być pobrane.

2 pkt – zauważenie i zapisanie, że końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$ (albo równoważnie, że ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$) oraz zauważenie i zapisanie, że praca siły parcia w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \rightarrow D$.

1 pkt – zauważenie i zapisanie, że końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$

LUB

– zauważenie i zapisanie, że ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$

LUB

– zauważenie i zapisanie, że praca siły parcia w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \rightarrow D$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \rightarrow C$ ciepło jest pobierane (oparta na porównaniu przemian $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$): zapisanie I zasady termodynamiki dla obu przemian, poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych oraz prac w obu przemianach, poprawne wykonanie odpowiednich przekształceń i wykazanie, że $Q_{AC} > 0$.

2 pkt – poprawne zapisanie I zasady termodynamiki dla przemian $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$ (np. jak w równaniach 1) i 2)) – z uwzględnieniem konwencji znaków dla ciepła i pracy – oraz poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych i prac w przemianach $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$ (np. jak w nierównościach 3) i 4)).

1 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla przemian $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$ (np. jak w równaniach 1) i 2))

LUB

– poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych i prac w przemianach $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$ (np. jak w nierównościach 3) i 4))

LUB

– poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla jednej z przemian $A \rightarrow C$ albo $A \rightarrow D$ oraz poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych albo prac w przemianach $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \rightarrow C$ ciepło jest pobierane (oparta na analizie cyklu $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$): zapisanie I zasady termodynamiki dla cyklu $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$, poprawne porównanie prac w obu przemianach $A \rightarrow C$ i $D \rightarrow A$, poprawne wykonanie odpowiednich przekształceń i wykazanie, że $Q_{AC} > 0$.

2 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla cyklu $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ z uwzględnieniem konwencji znaków dla ciepła i pracy oraz z uwzględnieniem, że $W_{CD} = 0$ (np. jak w równaniu 1) albo 2)) oraz poprawne porównanie prac w przemianach $A \rightarrow C$ i $D \rightarrow A$ (np. jak w nierówności 3)).

1 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla cyklu $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ z uwzględnieniem, że $W_{CD} = 0$

LUB

- poprawne porównanie prac w przemianach $A \rightarrow C$ i $D \rightarrow A$ (np. jak w nierówności 3)) oraz zapisanie, że $W_{CD} = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (wyjaśnienie słowne – porównanie przemiany $A \rightarrow C$ z przemianą $A \rightarrow D$)

Spostrzeżenie 1.

Zauważmy, że gaz w stanie C ma większą temperaturę niż gaz w stanie D (na mocy równania stanu). To oznacza, że gaz w stanie C ma większą energię wewnętrzną niż gaz w stanie D (na mocy wzoru na energię wewnętrzną).

Wniosek 1.

Zatem końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$.

Równoważnie powyższemu powiemy, że ubytek (utrata) energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow C$ jest mniejszy od ubytku (utruty) energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$.

Spostrzeżenie 2.

Zauważmy, że praca siły parcia w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \rightarrow D$ (na mocy porównania pól pod wykresami).

Spostrzeżenie 3.

W przemianie adiabatycznej $A \rightarrow D$ zmiana energii wewnętrznej następuje tylko w formie pracy wykonanej przez siłę parcia (ciepło nie jest wymieniane z otoczeniem)

Wniosek 2.

Utrata energii wewnętrznej w formie pracy w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od utraty energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$.

Wniosek końcowy

Skoro ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$ (wniosek 1.), ale z drugiej strony ubytek energii wewnętrznej w formie pracy w przemianie $A \rightarrow C$ jest większy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$ (wniosek 2.) to oznacza, że w przemianie $A \rightarrow C$ musi być dodatkowo pobrana energia w postaci ciepła.

Sposób 2. (dowód algebraiczny – porównanie przemiany $A \rightarrow C$ z przemianą $A \rightarrow D$)

Krok 1. Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla przemiany $A \rightarrow C$. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona przez gaz (w jakiegokolwiek formie) ma znak ujemny. W przemianie $A \rightarrow C$ gaz się rozpręża, zatem praca jest ujemna. Ponadto temperatura gazu maleje, ponieważ $p_A v_A > p_C v_C$. Zatem energia wewnętrzna maleje także. Zgodnie z konwencją mamy:

$$1) \quad -|\Delta U_{AC}| = Q_{AC} - |W_{AC}|$$

Krok 2. Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla przemiany $A \rightarrow D$. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona przez gaz (w jakiegokolwiek formie) ma znak ujemny. W przemianie $A \rightarrow D$ gaz się rozpręża, zatem praca jest ujemna. Ponadto temperatura gazu maleje, ponieważ $p_A V_A > p_D V_D$. Zatem energia wewnętrzna maleje także. Jest to przemiana adiabatyczna, zatem ciepło wymienione w tej przemianie z otoczeniem wynosi zero. Zgodnie z konwencją mamy:

$$2) \quad -|\Delta U_{AD}| = 0 - |W_{AD}|$$

Krok 3. Porównajmy pracę i zmianę energii wewnętrznej w obu przemianach. Zauważmy, że temperatura w przemianie $A \rightarrow D$ maleje bardziej (spada o większą wartość) niż w przemianie $A \rightarrow C$ ($p_D V_D < p_C V_C$), zatem :

$$3) \quad |\Delta U_{AD}| > |\Delta U_{AC}|$$

Wartość bezwzględna pracy wykonanej przez gaz w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa niż w przemianie $A \rightarrow D$ (pole pod wykresem $A \rightarrow C$ jest większe od pola pod $A \rightarrow D$):

$$4) \quad |W_{AC}| > |W_{AD}|$$

Określmy znak Q_{AB} . W tym celu odejmiemy stronami równania 1) i 2). Dla ustalenia uwagi weźmiemy w nawiasy wyrażenia zawierające prace i energie wewnętrzne:

$$\begin{aligned} 5) \quad -|\Delta U_{AC}| + |\Delta U_{AD}| &= Q_{AC} - |W_{AC}| + |W_{AD}| \\ (|\Delta U_{AD}| - |\Delta U_{AC}|) &= Q_{AC} + (|W_{AD}| - |W_{AC}|) \end{aligned}$$

Na mocy nierówności 3) wyrażenie w pierwszym nawiasie (po lewej) jest dodatnie. Na mocy nierówności 4) wyrażenie w nawiasie po prawej jest ujemne, co symbolicznie zapiszemy:

$$+|X| = Q_{AC} - |Y| \quad \text{zatem} \quad Q_{AC} = |X| + |Y| > 0$$

Ponieważ $Q_{AC} > 0$, to zgodnie z konwencją ciepło w tej przemianie jest pobierane.

Sposób 3. (analiza cyklu $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$)

Przeanalizujemy cykl kołowy $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$, w którym $C \rightarrow D$ jest przemianą izochoryczną ($W_{CD} = 0$), $D \rightarrow A$ jest przemianą adiabatyczną ($Q_{DA} = 0$). Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla tego cyklu, po uwzględnieniu, że ($\Delta U_{ACDA} = 0$):

$$0 = W_{calk} + Q_{calk}$$

Pracę i ciepło wymienione z otoczeniem w całym cyklu rozpiszemy na poszczególne przemiany. Użyjemy konwencji, zgodnie z którą energia tracona przez gaz (w jakiegokolwiek formie) jest ujemna, a zyskiwana – dodatnia: w przemianie $A \rightarrow C$ gaz się rozpręża (traci energię w formie pracy), zatem praca jest ujemna, w przemianie $D \rightarrow A$ gaz jest sprężany (zyskuje energię w formie pracy), zatem praca jest dodatnia. W przemianie $C \rightarrow D$ ciśnienie gazu maleje, zatem maleje temperatura i gaz oddaje ciepło (traci energię w postaci ciepła):

$$1) \quad 0 = -|W_{AC}| + |W_{DA}| + Q_{AC} - |Q_{CD}|$$

Z powyższego równania wyznaczmy ciepło w przemianie $A \rightarrow C$ i określmy jego znak:

$$2) \quad Q_{AC} = |W_{AC}| - |W_{DA}| + |Q_{CD}|$$

Z twierdzenia o pracy jako polu pod wykresem $p(V)$ wynika, że:

$$3) \quad |W_{AC}| > |W_{DA}|$$

zatem

$$4) \quad Q_{AC} = |W_{AC}| - |W_{DA}| + |Q_{CD}| > 0$$

Ponieważ $Q_{AC} > 0$, to zgodnie z przyjętą konwencją ciepło w przemianie $A \rightarrow C$ jest pobrane.

Zadanie 6.4. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...]. VI.7) [...] rozróżnia przemiany: izotermiczną [...]; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia p_Y oraz zapisanie prawidłowego wyniku: $p_Y \approx 3,2 \cdot p_1$.

1 pkt – zapisanie równania, zawierającego p_Y , wynikającego z własności przemiany izotermicznej $A \rightarrow B$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przemiana $A \rightarrow B$ jest izotermiczna. W przemianie izotermicznej $pV = \text{const}$, zatem:

$$1) \quad p_A V_A = p_Y V_Y$$

Współrzędne punktu Y (leżącego na wierzchołku hiperboli) można zapisać:

$$2) \quad Y = (V_Y, p_Y) = (kV_1, kp_1)$$

dla pewnej liczby k . Podstawimy współrzędne punktów A oraz Y do równania 1):

$$3) \quad 5p_1 \cdot 2V_1 = kV_1 \cdot kp_1$$

Z równania 3) wyznaczymy k :

$$10 = k^2 \quad \rightarrow \quad k = \sqrt{10} \approx 3,2$$

Zatem ciśnienie gazu w stanie Y wynosi:

$$p_Y \approx 3,2 \cdot p_1$$

Zadanie 7.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: IV.9) [szkoła podstawowa] rozróżnia i nazywa zmiany stanów skupienia; analizuje zjawiska topnienia [...] jako procesy, w których dostarczenie energii w postaci ciepła nie powoduje zmiany temperatury; IV.5) [szkoła podstawowa] analizuje jakościowo związek między temperaturą a średnią energią kinetyczną (ruchu chaotycznego) cząsteczek; VI.6) opisuje skokową zmianę energii wewnętrznej w przemianach fazowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A3

Zadanie 7.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.2) rozróżnia przekaz energii w postaci ciepła między układami o różnych temperaturach i przekaz energii w formie pracy; VI.3) posługuje się pojęciem energii wewnętrznej; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii; VI.5) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego oraz ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia temperatury początkowej wody oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – spełnienie warunków za 1 pkt, zapisanie wszystkich ciepł ze znakami zgodnie z przyjętą konwencją oraz zastosowanie wzorów na ciepła i prawidłowe podstawienie wszystkich danych.

1 pkt – zapisanie bilansu cieplnego z uwzględnieniem: ciepła pobranego przy ogrzewaniu lodu, ciepła pobranego przy stopieniu lodu, ciepła pobranego przy ogrzewaniu wody z lodu, ciepła oddanego przez wodę i ciepła oddanego przez cały układ.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wprowadzimy oznaczenia dla danych i szukanych:

$T_l = -5\text{ }^{\circ}\text{C}$ – temperatura początkowa bloku lodu.

$T_w = 55\text{ }^{\circ}\text{C}$ – temperatura początkowa wody.

$T = ?$ – temperatura końcowa wody

$m_l = 0,43\text{ kg}$ – masa bloku lodu oraz masa wody powstałej ze stopionego lodu.

$m_w = 1,5\text{ kg}$ – masa początkowa wody.

$Q_{odd} = 60\text{ kJ}$ – ciepło oddane do otoczenia przez układ.

Układ woda – lód oddaje ciepło do otoczenia, nie jest wykonana praca nad tym układem, układ nie wykonuje pracy – zatem zmiana energii wewnętrznej całego układu jest równa ciepłu oddanemu. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona w formie ciepła przez układ lub podukład ma znak ujemny:

$$\Delta U_{układu} = -|Q_{odd}|$$

Z drugiej strony, zmiana energii wewnętrznej układu jest równa sumie zmian energii wewnętrznej jego części (lodu oraz wody powstałej z lodu, wody), zatem:

$$\Delta U_{lodu\ i\ wody\ z\ lodu} + \Delta U_{wody} = -|Q_{odd}|$$

Zmiana energii wewnętrznej lodu i wody powstałej z lodu następuje wskutek pobrania ciepła (lód się ogrzewa, topi, woda z lodu się ogrzewa), natomiast zmiana energii wewnętrznej wody następuje wskutek oddania ciepła (woda się chłodzi). Zgodnie z konwencją mamy:

$$|Q_{ogrzanie\ lodu}| + |Q_{stopienie\ lodu}| + |Q_{ogrzanie\ wody\ z\ lodu}| - |Q_{chłodzenie\ wody}| = -|Q_{odd}|$$

Wykorzystamy pojęcie ciepła właściwego oraz pojęcie ciepła przemiany fazowej w powyższym bilansie cieplnym:

$$m_l c_l |0\text{ }^{\circ}\text{C} - (-5\text{ }^{\circ}\text{C})| + m_l L + m_l c_w |T - 0\text{ }^{\circ}\text{C}| - m_w c_w |T - 55\text{ }^{\circ}\text{C}| = -|Q_{odd}|$$

Podstawimy dane liczbowe z treści zadania i wykonamy obliczenia. Jednostką każdego składnika w powyższym wyrażeniu jest dżul, zatem:

$$0,43 \cdot 2\,050 \cdot 5\text{ J} + 0,43 \cdot 334\,000\text{ J} + 0,43 \cdot 4\,200 \cdot T \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} - 1,5 \cdot 4\,200 \cdot (55\text{ }^{\circ}\text{C} - T) \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} = -60\,000\text{ J}$$

$$208\,027,5\text{ J} + 1\,806 \cdot T \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} - 6\,300 \cdot (55\text{ }^{\circ}\text{C} - T) \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} = 0$$

$$208\,027,5\text{ J} + 1\,806 \cdot T \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} - 346\,500\text{ J} + 6\,300 \cdot T \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} = 0$$

$$8\,106 \cdot T \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} = 138\,472,5\text{ J}$$

$$T \approx 17,1\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Zadanie 8.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) [...] wykonuje graficznie działania na wektorach ([...], rozkładanie na składowe). VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego. IX.6) [zakres podstawowy] [...] opisuje światło jako falę elektromagnetyczną; opisuje polaryzację światła wynikającą z poprzecznego charakteru fali; IX.12) opisuje jakościowo [...] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzatory w obu przypadkach:

tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji P_B w doświadczeniu 1. i poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ najpierw na płaszczyznę polaryzacji P_C a następnie na P_B w doświadczeniu 2.

1 pkt – poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzator w doświadczeniu 1.

(słownie lub graficznie na rysunku): tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji P_B w doświadczeniu 1. oraz stwierdzenie, że rzut ten wynosi zero (lub, że wektor nie ma składowej w kierunku P_B)

LUB

– poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzatory w doświadczeniu 2.

(słownie lub graficznie na rysunku): tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji P_C , a następnie analiza rzutu tak otrzymanego wektora na płaszczyznę polaryzacji P_B oraz stwierdzenie, że wynik takiego rzutowania jest różny od zera.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przez polaryzator o określonej płaszczyźnie polaryzacji przechodzą te składowe wektora amplitudy fali elektromagnetycznej, które są w kierunku płaszczyzny polaryzacji.

W doświadczeniu 1. światło po przejściu przez polaryzator $\mathcal{A}$ pada bezpośrednio na polaryzator $\mathcal{B}$. Ponieważ $P_{\mathcal{A}} \perp P_B$ to także $\vec{E}_{\mathcal{A}} \perp P_B$. Zatem wektor amplitudy fali elektromagnetycznej nie ma składowej w kierunku P_B (wektor nie posiada składowej w kierunku prostopadłym).

To oznacza, że światło nie przejdzie przez polaryzator $\mathcal{B}$ ($\vec{E}_B = 0$).

W doświadczeniu 2. światło po przejściu przez polaryzator $\mathcal{A}$ pada najpierw na polaryzator $\mathcal{C}$. Ponieważ płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{A}}$ i P_C nie są prostopadłe, to rzut wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na P_C

jest różny od zera i wynosi $\vec{E}_C$. Po przejściu przez C światło o zmiennej polaryzacji pada na polaryzator B . Ponieważ płaszczyzny polaryzacji P_C i P_B także nie są prostopadłe, to rzut wektora $\vec{E}_C$ na P_B jest różny od zera i wynosi $\vec{E}_B$. Zatem przez B przechodzi światło – fala elektromagnetyczna o wektorze amplitudy $\vec{E}_B \neq 0$.

Zadanie 8.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) [...] wykonuje graficznie działania na wektorach ([...] rozkładanie na składowe). VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego. IX.6) [zakres podstawowy] [...] opisuje światło jako falę elektromagnetyczną; opisuje polaryzację światła wynikającą z poprzecznego charakteru fali; IX.12) opisuje jakościowo [...] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych. X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m^2) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{I_B}{I_A}$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

2 pkt – zapisanie związku $\frac{I_B}{I_A} = \frac{E_B^2}{E_A^2}$ (lub zapisy równoważne) oraz poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_B}{E_A}$ (wyznaczanie rzutu na P_B z rzutu $\vec{E}_A$ na P_C)
LUB

– poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_B}{E_A}$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

1 pkt – wykorzystanie faktu, że natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu jej amplitudy oraz identyfikacja amplitudy fali elektromagnetycznej jako amplitudy zmian wektora pola elektrycznego (np. zapisy: $I_A \propto E_A^2$, $I_B \propto E_B^2$ albo zapisy równoważne)
LUB

– poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_B}{E_A}$ (wyznaczanie rzutu na P_B z rzutu $\vec{E}_A$ na P_C).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wykorzystamy fakt, że natężenie I fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy A tej fali oraz fakt, że amplituda fali elektromagnetycznej jest amplitudą zmian rozchodzącego się pola elektromagnetycznego – opisywaną przez wektor $\vec{E}$ amplitudy natężenia zmiennego pola elektrycznego:

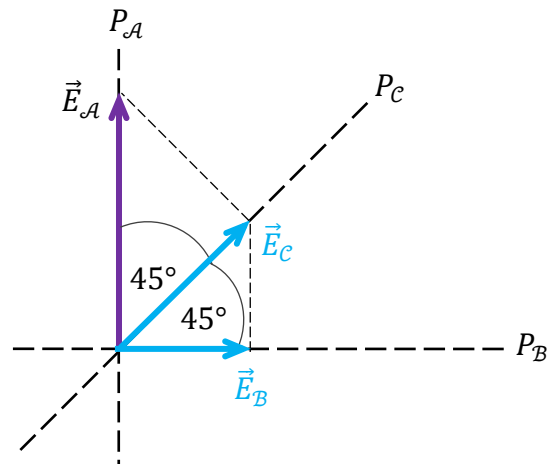
$$I \propto A^2 \quad \text{oraz} \quad A = E \quad \text{czyli} \quad I \propto E^2$$

Zatem:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{E_B^2}{E_A^2}$$

Wektor $\vec{E}_B$ jest składową wektora $\vec{E}_C$ w kierunku płaszczyzny polaryzacji P_B , a wektor $\vec{E}_C$ jest składową wektora $\vec{E}_A$ w kierunku płaszczyzny polaryzacji P_C (zobacz rysunek).

Wyznamy stosunek wartości pól elektrycznych:



Sposób 1. (obliczenia $\frac{E_B}{E_A}$)

$$E_B = E_C \cdot \cos 45^\circ \quad \text{oraz} \quad E_C = E_A \cdot \cos 45^\circ \quad \rightarrow \quad E_B = E_A \cdot (\cos 45^\circ)^2 = \frac{E_A}{2}$$

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{1}{2}$$

Sposób 2. (obliczenia $\frac{E_B}{E_A}$)

Zapiszemy związki wynikające z relacji między bokami w trójkątach prostokątnych równoramiennych:

$$E_A = \sqrt{2} \cdot E_C \quad \text{oraz} \quad E_C = \sqrt{2} \cdot E_B \quad \rightarrow \quad E_A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot E_B = 2 \cdot E_B$$

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{1}{2}$$

Zatem:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{E_B}{E_A} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

Zadanie 9. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI. 12) [szkoła podstawowa] posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związki między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu. VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa); VIII.12) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu opornika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 2 pkt – poprawne zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio obliczyć R po podstawieniu danych (np. zapisania równania 3) albo 4) w sposobie 1. albo równania równoważnego)
- LUB
- zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu przepływającego przez amperomierz i oporem zastępczym opornika i woltomierza oraz zastosowanie wzoru na opór zastępczy opornika i woltomierza (np. zapisania równań 2) oraz 1) w sposobie 1. albo równań równoważnych).
- 1 pkt – zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu przepływającego przez amperomierz i oporem zastępczym opornika i woltomierza (np. zapisania równania 2) albo obliczenie $\frac{U_V}{I_A} = \frac{12,0 \text{ V}}{215 \cdot 10^{-6} \text{ A}} \approx 55,8 \text{ k}\Omega$.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu opornika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 2 pkt – poprawne wyprowadzenie i zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio obliczyć R po podstawieniu danych (np. zapisania równania 6) albo 7) w sposobie 2. albo równania równoważnego)
- LUB

- zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie I prawa Kirchhoffa oraz II prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 2) i 4) w sposobie 2. albo równań równoważnych).
- 1 pkt – zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie I prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 2) w sposobie 2. albo równań równoważnych)
LUB
- zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie II prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 3) albo równania 4) w sposobie 2. albo równań równoważnych).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z wykorzystaniem oporu zastępczego)

Fragment obwodu złożony z opornika i podłączonego do niego woltomierza potraktujemy jako jeden element, przez który płynie prąd o natężeniu $I_A = 215 \mu\text{A}$. Wyznamy opór tego fragmentu obwodu (opór zastępczy):

$$1) \quad \frac{1}{R_{RV}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}$$

Z drugiej strony, napięcie na tym fragmencie obwodu jest takie jak na woltomierzu i wiąże się ze zmierzonym natężeniem prądu i oporem zastępczym fragmentu obwodu następująco:

$$2) \quad U_V = I_A R_{RV}$$

Z równań 1) i 2) wyznaczmy $\frac{1}{R}$:

$$3) \quad \frac{I_A}{U_V} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}$$

$$4) \quad \frac{1}{R} = \frac{I_A}{U_V} - \frac{1}{R_V}$$

Do równania 4) podstawimy dane z treści zadania i obliczymy R :

$$\frac{1}{R} = \frac{215 \cdot 10^{-6} \text{ A}}{12,0 \text{ V}} - \frac{1}{8 \cdot 10^5 \Omega} \approx \frac{1,667}{10^5 \Omega}$$

$$R = 0,599 \dots \cdot 10^5 \Omega \approx 0,60 \cdot 10^5 \Omega \approx 60 \text{ k}\Omega$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem praw Kirchhoffa)

Opór opornika obliczymy ze związku między napięciem a natężeniem prądu i oporem:

$$1) \quad R = \frac{U_V}{I_R}$$

gdzie I_R jest natężeniem prądu płynącego przez opornik. Na podstawie I prawa Kirchhoffa mamy:

$$2) \quad I_A = I_R + I_V$$

gdzie I_V jest natężeniem prądu płynącego przez woltomierz. Na podstawie II prawa Kirchhoffa mamy:

$$3) \quad U_V = U_R$$

W równaniu 3) wykorzystamy związek pomiędzy napięciem a natężeniem prądu i oporem:

$$4) I_V R_V = I_R R$$

Z równań 1), 2) i 4) wyznaczmy $\frac{1}{R}$:

$$5) I_A = I_R + \frac{R}{R_V} I_R = \left(1 + \frac{R}{R_V}\right) \cdot \frac{U_V}{R} = \frac{U_V}{R} + \frac{U_V}{R_V}$$

$$6) \frac{I_A}{U_V} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V} \quad \rightarrow \quad 7) \frac{1}{R} = \frac{I_A}{U_V} - \frac{1}{R_V}$$

Do równania 7) podstawimy dane z treści zadania i obliczymy R :

$$\frac{1}{R} = \frac{215 \cdot 10^{-6} \text{ A}}{12,0 \text{ V}} - \frac{1}{8 \cdot 10^5 \Omega} \approx \frac{1,667}{10^5 \Omega}$$

$$R = 0,599 \dots \cdot 10^5 \Omega \approx 0,60 \cdot 10^5 \Omega \approx 60 \text{ k}\Omega$$

Zadanie 10. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VII.1) [szkoła podstawowa] nazywa bieguny magnesów stałych i opisuje oddziaływanie między nimi. I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu magnesów stałych i przewodników z prądem ([...] zwojnica); IX.9) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej; stosuje regułę Lenza [...]; IX.13) doświadcza: b) demonstruje zjawisko indukcji elektromagnetycznej i jego związek ze względnym ruchem magnesu i zwojnicy [...].

Zasady oceniania

2 pkt – prawidłowe zaznaczenie na obu rysunkach kierunku przepływu prądu przez amperomierz oraz prawidłowe wpisanie na obu rysunkach biegunów powstających na końcach rdzenia.

1 pkt – prawidłowe wpisanie na obu rysunkach biegunów magnetycznych powstających na końcach rdzenia

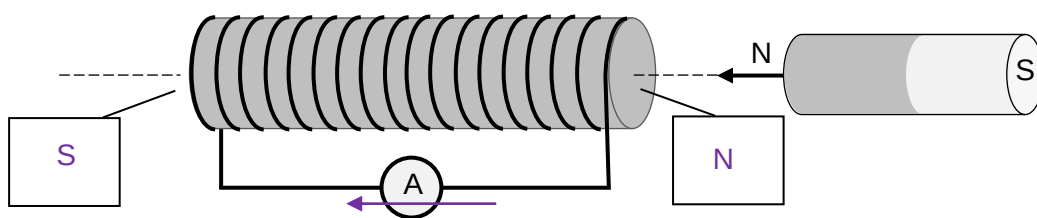
LUB

– prawidłowe zaznaczenie na obu rysunkach kierunku przepływu prądu przez amperomierz.

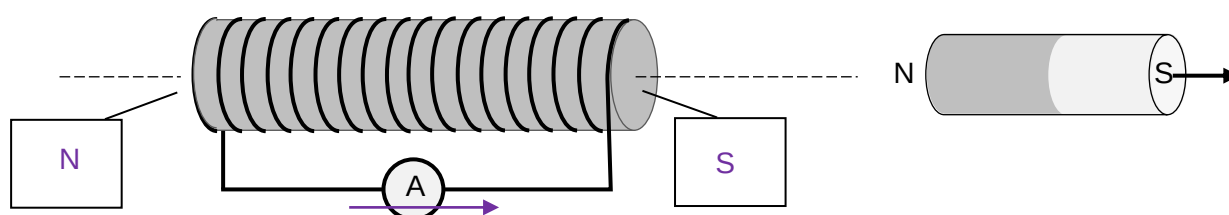
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Zadanie 11.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XI.1) [...] stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii; XI.4) [...] stosuje zasadę zachowania energii [...] do opisu emisji [...] przez swobodne atomy [...].

Zasady oceniania

1 pkt – rozwiązanie poprawne.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

$$f_{43} < f_{32} < f_{42} < f_{21} < f_{31} < f_{41}$$

Zadanie 11.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XI.1) [...] stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii; XI.2) [...] interpretuje linie widmowe jako skutek przejść między poziomami energetycznymi w atomach z emisją lub absorpcją kwantu światła; rozróżnia stan podstawowy i stany wzbudzone atomu; XI.4) [...] stosuje zasadę zachowania energii [...] do opisu emisji [...] przez swobodne atomy [...]; ALBO XI.3) analizuje seryjny układ linii widmowych na przykładzie widma atomu wodoru; oblicza różnice energii pomiędzy poziomami energetycznymi w atomie wodoru.

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda ustalenia przejścia dla linii widmowej L_3 (tzn. wykonanie obliczeń prowadzących do identyfikacji przejścia poprzez równanie $E_{fot3} = E_b - E_a$), prawidłowe obliczenia oraz zapisanie poprawnej odpowiedzi: linia L_3 odpowiada przejściu $4 \rightarrow 2$.
- 2 pkt – poprawna metoda obliczenia energii fotonu odpowiadającej linii widmowej L_3 (tzn. zastosowanie wzoru Plancka i związku falowego), prawidłowy wynik liczbowy z jednostką oraz poprawne obliczenie energii elektronów na poziomach energetycznych do czwartego włącznie.
- 1 pkt – opisanie strategii rozwiązania
- LUB
- wykorzystanie wzoru Plancka i związku falowego do obliczenia energii fotonu odpowiadającej linii widmowej L_3
- LUB
- poprawne obliczenie energii elektronów na poziomach energetycznych do czwartego włącznie.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Strategia rozwiązania. Obliczymy energię fotonu E_{fot3} odpowiadającą linii widmowej L_3 oraz obliczymy wszystkie różnice $E_b - E_a$ pomiędzy energiami elektronu w atomie wodoru na

poziomach $b \in \{4,3,2\}$ oraz $a \in \{3,2,1\}$. Dla przejścia $a \rightarrow b$, któremu odpowiada linia L_3 , spełnione będzie równanie wynikające z zasady zachowania energii (przy pominięciu odrzutu atomu):

$$E_{fot3} = E_b - E_a$$

Krok 1. Energię fotonu odpowiadającą linii L_3 obliczymy ze wzoru Plancka z wykorzystaniem związku falowego:

$$E_{fot3} = hf \quad c = \lambda f \quad \rightarrow \quad E_{fot3} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{fot3} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{486 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = \frac{19,89 \cdot 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{m}}{4,86 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \approx 4,09 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Ponieważ $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 1 \text{ eV}$, zatem:

$$E_{fot3} \approx 4,09 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 2,55 \text{ eV}$$

Krok 2. Zapiszemy energie elektronu w atomie wodoru do czwartego poziomu:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{oraz} \quad E_1 \approx -13,61 \text{ eV} \quad \text{zatem:}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{2^2} \approx -3,40 \text{ eV} \quad E_3 = \frac{E_1}{3^2} \approx -1,51 \text{ eV} \quad E_4 = \frac{E_1}{4^2} \approx -0,85 \text{ eV}$$

Krok 3. Zauważamy, że:

$$E_4 - E_2 \approx 2,55 \text{ eV} \quad \text{oraz} \quad E_{fot3} \approx 2,55 \text{ eV}$$

Zapisanie odpowiedzi. Ponieważ $E_4 - E_2 = E_{fot3}$, to linii widmowej L_3 odpowiada przejście elektronu z poziomu energetycznego $n = 4$ na poziom energetyczny $n = 2$.

Zadanie 12.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi [...].
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) [...] opisuje rozpady alfa, beta (β^+ , β^-).

Zasady oceniania

1 pkt – rozwiązanie poprawne.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanieSposób 1. (podanie symbolu pierwiastka wraz z liczbami atomową i masową)

Symbol oraz nazwa pierwiastka X: $^{226}_{88}\text{Ra}$ – *rad*

Symbol oraz nazwa pierwiastka Y: $^{218}_{84}\text{Po}$ – *polon*

Sposób 2. (podanie symbolu pierwiastka bez liczby atomowej i bez liczby masowej)

Symbol oraz nazwa pierwiastka X: Ra – *rad*

Symbol oraz nazwa pierwiastka Y: Po – *polon*

Zadanie 12.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu [...].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ułamka z początkowej liczby jąder po 150 h (tzn. zastosowanie równania prawa połowicznego rozpadu do wyznaczenia czasu połowicznego zaniku oraz do obliczenia ułamka liczby jąder po 150 h) oraz podanie wyniku $\frac{N(t)}{N_0} \approx 0,32$ lub wyniku mieszczącego się w przedziale od 0,31 do 0,33.

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia dokładnego czasu połowicznego rozpadu (tzn. zastosowanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego) oraz podanie wyniku $T \approx 92$ h lub wyniku mieszczącego się w przedziale od 90 h do 94 h
LUB

– rozwiązanie niedokładne, tzn.: zastosowanie przybliżenia liniowego zależności $N(t)$ do oszacowania czasu połowicznego rozpadu oraz zastosowanie równania prawa połowicznego rozpadu do wyznaczenia liczby jąder po 150 h oraz podanie wyniku zgodnego z oszacowanym T (np. $\frac{N(150\text{ h})}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150}{76}} \approx 0,25$).

1 pkt – poprawne zapisanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego oraz poprawne podstawienie do tego równania współrzędnych punktu należącego do wykresu (np. zapisanie równań równoważnych 1) i 2) w sposobie 1. albo 2.)

LUB

– zapisanie, że dla połowy czasu połowicznego rozpadu w próbce pozostaje około 0,71 z początkowej liczby jąder (np. zapisanie równania: $\frac{N(\frac{T}{2})}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 0,71$ lub równania równoważnego – podobnie jak w sposobie 3.)

LUB

– niedokładne wyznaczenie czasu połowicznego rozpadu, tzn.: zastosowanie przybliżenia liniowego zależności $N(t)$ do wyznaczenia czasu połowicznego rozpadu, np. odczytanie i podanie $t = \frac{T}{2} \approx 38 \text{ h}$ czyli $T \approx 76 \text{ h}$ dla wartości $\frac{N(t)}{N_0} = 0,75$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Warunki określone w zasadach oceniania za 1 pkt (trzeci warunek) i 2 pkt (drugi warunek) uwzględniają rozwiązanie metodą przybliżoną, która w tym przypadku prowadzi do wyniku np. 76 h – zbyt odbiegającego od rzeczywistego (o ponad 17%). Za rozwiązanie taką metodą zdający może uzyskać co najwyżej 2 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z równania prawa rozpadu promieniotwórczego)

Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$1) \quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Do równania podstawimy współrzędne punktu wykresu, np. ($t = 40 \text{ h}$, $N(t)/N_0 = 0,74$):

$$2) \quad 0,74 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40 \text{ h}}{T}}$$

Wykładnik potęgi liczby $\frac{1}{2}$ oznaczmy jako x , następnie do obliczenia x zastosujemy definicję logarytmu. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$3) \quad x = \frac{40 \text{ h}}{T} \quad \rightarrow \quad 0,74 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$4) \quad x = \log_{\frac{1}{2}} 0,74 \approx 0,434 \quad \rightarrow \quad \frac{40 \text{ h}}{T} \approx 0,434$$

$$5) \quad T \approx 92 \text{ h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby N_0 jąder izotopu radonu ^{222}Rn pozostanie w próbce po 150 h licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$6) \quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150 \text{ h}}{92 \text{ h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,63} \approx 0,32$$

Sposób 2. (z równania prawa rozpadu promieniotwórczego)

Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$1) \quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Do równania podstawimy współrzędne punktu wykresu, np. ($t = 68 \text{ h}$, $N(t)/N_0 = 0,60$):

$$2) \quad 0,60 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{68 \text{ h}}{T}}$$

Wykładnik potęgi liczby $\frac{1}{2}$ oznaczymy jako x , następnie do obliczenia x zastosujemy definicję logarytmu. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$3) \quad x = \frac{68 \text{ h}}{T} \quad \rightarrow \quad 0,60 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$4) \quad x = \log_{\frac{1}{2}} 0,60 \approx 0,737 \quad \rightarrow \quad \frac{68 \text{ h}}{T} \approx 0,737$$

$$5) \quad T \approx 92 \text{ h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby N_0 jąder izotopu radonu ^{222}Rn pozostanie w próbce po 150 h, licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$6) \quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150 \text{ h}}{92 \text{ h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,63} \approx 0,32$$

Sposób 3. (z obliczeniem $T/2$)

Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Obliczymy, jaki ułamek liczby jąder pozostanie po czasie $t = \frac{T}{2}$:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0,707$$

Odczytamy z wykresu t , dla którego $\frac{N(t)}{N_0} \approx 0,71$:

$$\frac{N(t)}{N_0} \approx 0,71 \quad \text{dla} \quad t \approx 46 \text{ h}$$

Skoro:

$$t = \frac{T}{2} \approx 46 \text{ h} \quad \rightarrow \quad T \approx 92 \text{ h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby N_0 jąder izotopu radonu ^{222}Rn pozostanie w próbce po 150 h licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150 \text{ h}}{92 \text{ h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,63} \approx 0,32$$