CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2606 OMAP-200-2606 OMAP-400-2606 OMAP-C00-2606 OMAP-K00-2606
Termin egzaminu:	9 czerwca 2026 r.
Zastrzeżenia:	Materiały wyłącznie do użytku wewnętrznego przez uprawnione osoby

Zadanie 1. (0–1)

Podstawa programowa[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY VII i VIII** XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą […] diagramów słupkowych […]; 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY VII i VIII** VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AD

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	**KLASY IV–VI** I. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 1) zapisuje […] liczby naturalne wielocyfrowe. **KLASY VII i VIII** XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY VII i VIII** II. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	**KLASY IV–VI** II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) rozpoznaje liczby podzielne przez […] 3 […]. **KLASY VII i VIII** III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY VII i VIII** XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe […], analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BD

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY IV–VI** V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: […] prędkość przy danej drodze i czasie […] oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	**KLASY VII i VIII** X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych. **KLASY IV–VI** VII. Proste i odcinki. Uczeń: 2) rozpoznaje proste, odcinki prostopadłe i równoległe.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). **KLASY IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY IV–VI** IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu […], rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PF

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**KLASY IV–VI** X. Bryły. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów […]. **KLASY VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza […] pola powierzchni graniastosłupów […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 15–20 uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe, wynikające np. z graficznego podobieństwa cyfr)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.$^{\circ}\mathrm{C}$ – OC)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 15. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**KLASY IV–VI** XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami. V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 4) oblicza ułamek danej liczby całkowitej.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia, jaką część liczby wszystkich tulipanów[2] stanowi liczba białych tulipanów, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy
$\left(\frac{7}{15}\right.$ lub poprawne rozwinięcie tego ułamka$\left.\right)$.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia, jaką część liczby wszystkich tulipanów stanowi liczba białych tulipanów, zapisanie np.
  $1-\frac{1}{5}-\frac{1}{3}$,
  LUB
- poprawny sposób obliczenia liczby białych tulipanów, zapisanie np.
  $150-\left(150\cdot\frac{1}{5}\right)-\left(150\cdot\frac{1}{3}\right)$,
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia, jaką część liczby wszystkich tulipanów stanowi liczba białych tulipanów, np.
  $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+x=1$,
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby białych tulipanów, np.
  $150\cdot\frac{1}{5}+150\cdot\frac{1}{3}+x=150$.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

[2] Dla arkusza OMAP-C00-2606 – kwiatów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Obliczymy, jaką część liczby wszystkich tulipanów stanowi łączna liczba czerwonych i żółtych tulipanów:

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{3}=\frac{3+5}{15}=\frac{8}{15}$$

Obliczymy, jaką część liczby wszystkich tulipanów stanowi liczba białych tulipanów:

$$1-\frac{8}{15}=\frac{15-8}{15}=\frac{7}{15}$$

Odpowiedź: Liczba białych tulipanów stanowi $\frac{7}{15}$ liczby wszystkich tulipanów na tym klombie[3].

II sposób

Obliczymy, ile czerwonych tulipanów rośnie na klombie:

$$150\cdot\frac{1}{5}=30$$

Obliczymy, ile żółtych tulipanów rośnie na klombie:

$$150\cdot\frac{1}{3}=50$$

Obliczymy, ile białych tulipanów rośnie na klombie:

$$150-30-50=70$$

Obliczymy, jaką część liczby wszystkich tulipanów stanowi liczba białych tulipanów:

$$\frac{70}{150}=\frac{7}{15}$$

Odpowiedź: Liczba białych tulipanów stanowi $\frac{7}{15}$ liczby wszystkich tulipanów na tym klombie.

III sposób

Oznaczymy przez x liczbę białych tulipanów, zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$150\cdot\frac{1}{5}+150\cdot\frac{1}{3}+x=150$$

$$30+50+x=150$$

$$x=150-80$$

$$x=70$$

Obliczymy, jaką część liczby wszystkich tulipanów stanowi liczba białych tulipanów:

$$\frac{70}{150}=\frac{7}{15}$$

Odpowiedź: Liczba białych tulipanów stanowi $\frac{7}{15}$ liczby wszystkich tulipanów na tym klombie.

[3] Dla arkusza OMAP-C00-2606 – w tym ogródku.

Zadanie 16. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**KLASY VII i VIII** VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby rzutów, w których Janek trafił[4] piłką do kosza, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (36)
  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb rzutów celnych lub nietrafionych[5], wśród których **jest** prawidłowa liczba rzutów celnych, prawidłowe obliczenia ***oraz*** wskazanie spośród nich prawidłowego wyniku liczbowego (36).

2 punkty

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby rzutów celnych, np.
  $5x - \frac{4}{3}x = 132$, gdzie x oznacza liczbę rzutów celnych
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby rzutów nietrafionych, np.
  $5 \cdot 3x - 4x = 132$, gdzie x oznacza liczbę rzutów nietrafionych,
  LUB
- zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia sumy punktów uzyskanych za 3 rzuty celne i 1 rzut nietrafiony ***oraz*** zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia liczby takich czwórek rzutów, np.
  $3 \cdot 5 - 4$ ***oraz*** $132 : (3 \cdot 5 - 4)$
  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb rzutów celnych lub nietrafionych wśród których **jest** prawidłowa liczba rzutów celnych **bez wskazania** prawidłowego wyniku liczbowego.

1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych tej samej zmiennej opisujących liczbę punktów uzyskanych w rzutach celnych ***oraz*** liczbę punktów straconych w rzutach nietrafionych, np.

[4] Dla arkusza OMAP-C00-2606 – liczby celnych rzutów do kosza, które wykonał Janek.

[5] Dla arkuszy OMAP-400-2606 oraz OMAP-C00-2606 – niecelnych.

x – liczba rzutów nietrafionych
$3x$ – liczba rzutów celnych
$5 \cdot 3x$ – liczba punktów uzyskanych w rzutach celnych
$4x$ – liczba punktów straconych w rzutach nietrafionych
LUB

- zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia sumy punktów uzyskanych za 3 rzuty celne i 1 rzut nietrafiony, np. $3 \cdot 5 - 4$,
LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb rzutów celnych lub nietrafionych, wśród których **nie ma** prawidłowej liczby rzutów celnych.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla jednego zestawu liczb rzutów piłką do kosza, celnych 36 i nietrafionych 12 ***oraz*** nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób
x – liczba rzutów celnych
$\frac{1}{3}x$ – liczba rzutów nietrafionych
$5x$ – liczba punktów uzyskanych w rzutach celnych
$4 \cdot \frac{1}{3}x$ – liczba punktów straconych w rzutach nietrafionych

Obliczymy liczbę rzutów celnych, zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$5x - \frac{4}{3}x = 132$$
$$\frac{15}{3}x - \frac{4}{3}x = 132$$
$$\frac{11}{3}x = 132$$
$$x = 132 \cdot \frac{3}{11}$$
$$x = 36$$

Sprawdzimy, czy liczba rzutów nietrafionych jest liczbą naturalną:

$$x = 36$$
$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12$$

Odpowiedź: Janek trafił piłką do kosza 36 razy.

II sposób

x – liczba rzutów nietrafionych

$3x$ – liczba rzutów celnych

$4x$ – liczba punktów straconych w rzutach nietrafionych

$5 \cdot 3x$ – liczba punktów uzyskanych w rzutach celnych

Obliczymy liczbę rzutów nietrafionych, zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$5 \cdot 3x - 4x = 132$$

$$15x - 4x = 132$$

$$11x = 132$$

$$x = 12$$

Obliczymy liczbę rzutów, w których Janek trafił piłką do kosza:

$$3 \cdot 12 = 36$$

Odpowiedź: Janek trafił piłką do kosza 36 razy.

III sposób

Na każde 3 rzuty celne przypada 1 rzut nietrafiony, co daje razem 4 rzuty.

Za rzut celny wynik zwiększany jest o 5 punktów, za nietrafiony – zmniejszany o 4 punkty.

Obliczymy liczbę punktów uzyskanych przez Janka za każde 4 rzuty:

$$5 \cdot 3 - 4 = 11$$

Obliczymy liczbę takich czwórek rzutów:

$$132 : 11 = 12$$

W każdej takiej czwórce rzutów są 3 rzuty celne. Obliczymy liczbę rzutów, w których Janek trafił piłką do kosza:

$$3 \cdot 12 = 36$$

Odpowiedź: Janek trafił piłką do kosza 36 razy.

IV sposób

Metoda prób i błędów.

Liczba rzutów piłką do kosza		Sprawdzenie	Wniosek
nietrafionych	celnych		
10	30	$(-4) \cdot 10 + 5 \cdot 30 = 110$	$110 < 132$
15	45	$(-4) \cdot 15 + 5 \cdot 45 = 165$	$165 > 132$
$\mathbf{12}$	$\mathbf{36}$	$\mathbf{(-4) \cdot 12 + 5 \cdot 36 = 132}$	$\mathbf{132 = 132}$

Odpowiedź: Janek trafił piłką do kosza 36 razy.

Zadanie 17. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%. XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 7) stosuje jednostki objętości i pojemności […] mililitr, litr. XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania[6]

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia ceny zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $500\ \mathrm{ml}$ oraz w butelkach o pojemności $250\ \mathrm{ml}$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wniosek, że koszt zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $500\ \mathrm{ml}$ oraz w butelkach o pojemności $250\ \mathrm{ml}$ jest taki sam $(30\ \text{zł})$.

2 punkty
- poprawny sposób obliczenia ceny zakupu bez promocji **jednego litra** szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $500\ \mathrm{ml}$
  LUB
- poprawny sposób obliczenia ceny zakupu bez promocji **jednego litra** szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $250\ \mathrm{ml}$,
  LUB
- poprawny sposób obliczenia ceny zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $500\ \mathrm{ml}$ ***oraz*** w butelce o pojemności $250\ \mathrm{ml}$.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia ceny zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $500\ \mathrm{ml}$
  LUB
- poprawny sposób obliczenia ceny zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $250\ \mathrm{ml}$.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

[6] Dla arkuszy OMAP-400-2606 oraz OMAP-C00-2606 zasady oceniania zadania 17. z przykładowymi rozwiązaniami znajdują się na stronie 17.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Obliczymy cenę zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $500\ \mathrm{ml}$:

$$160\% - 24\ \text{zł}\ /:4$$

$$40\% - 6\ \text{zł}$$

$$24 + 6 = 30\ (\text{zł})$$

Obliczymy cenę zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $250\ \mathrm{ml}$:

$$23{,}50 - 1 = 22{,}50\ (\text{zł})$$

$$22{,}50 : 3 = 7{,}50\ (\text{zł})$$

Obliczymy cenę zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $250\ \mathrm{ml}$:

$$4 \cdot 7{,}50 = 30\ (\text{zł})$$

Odpowiedź: Koszt zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $500\ \mathrm{ml}$ oraz o pojemności $250\ \mathrm{ml}$ jest taki sam, równy 30 zł.

II sposób

Oznaczymy cenę zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $500\ \mathrm{ml}$ jako x.

Obliczymy cenę zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $500\ \mathrm{ml}$:

$$x + 0{,}6x = 24\ (\text{zł})$$

$$x = 15\ (\text{zł})$$

Obliczymy cenę zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $500\ \mathrm{ml}$:

$$2 \cdot 15 = 30\ (\text{zł})$$

Oznaczymy cenę zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $250\ \mathrm{ml}$ jako y.

Obliczymy cenę zakupu bez promocji szamponu *Pięć ziół* w butelce o pojemności $250\ \mathrm{ml}$:

$$3y + 1 = 23{,}50\ (\text{zł})$$

$$3y = 22{,}50\ (\text{zł})$$

$$y = 7{,}50\ (\text{zł})$$

Obliczymy cenę zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $250\ \mathrm{ml}$:

$$4 \cdot 7{,}50 = 30\ (\text{zł})$$

Odpowiedź: Koszt zakupu bez promocji jednego litra szamponu *Pięć ziół* w butelkach o pojemności $500\ \mathrm{ml}$ oraz o pojemności $250\ \mathrm{ml}$ jest taki sam, równy 30 zł.

Zasady oceniania dla arkuszy OMAP-400-2606 oraz OMAP-C00-2606.

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia, ile złotych zaoszczędziła Ola przy zakupie dwóch butelek szamponu *Pięć ziół* w cenie promocyjnej, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (6 zł).

2 punkty
poprawny sposób obliczenia ceny zakupu butelki szamponu *Pięć ziół* ze zniżką 40%.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia ceny zakupu bez promocji jednej butelki szamponu *Pięć ziół* z wykorzystaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia ceny zakupu bez promocji jednej butelki szamponu *Pięć ziół*, np.
  $x + 0{,}6x = 24$, gdzie x oznacza cenę jednej butelki szamponu *Pięć ziół*.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób
Obliczymy, ile złotych zaoszczędziła Ola przy zakupie dwóch butelek szamponu *Pięć ziół* w promocji:

$$160\% - 24\text{ zł} \;/:4$$
$$40\% - 6\text{ zł}$$

Odpowiedź: Przy zakupie dwóch butelek szamponu *Pięć ziół* w tej promocji Ola zaoszczędziła 6 zł.

II sposób
Oznaczymy jako x cenę zakupu bez promocji jednej butelki szamponu *Pięć ziół*.
Obliczymy cenę zakupu bez promocji jednej butelki szamponu *Pięć ziół*.
Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$x + 0{,}6x = 24\ (\text{zł})$$
$$x = 15\ (\text{zł})$$

Obliczymy cenę zakupu drugiej butelki szamponu *Pięć ziół* w promocji:

$$15 \cdot 0{,}6 = 9\ (\text{zł})$$

Obliczymy, ile złotych zaoszczędziła Ola przy zakupie dwóch butelek szamponu *Pięć ziół* w promocji:

$$15 - 9 = 6\ (\text{zł})$$

Odpowiedź: Przy zakupie dwóch butelek szamponu *Pięć ziół* w tej promocji Ola zaoszczędziła 6 zł.

Zadanie 18. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	**KLASY IV–VI** VIII. Kąty. Uczeń: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności. IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta. **KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia miar kątów BCA i ABC, prawidłowe obliczenia, prawidłowe wyniki liczbowe ($24°$ oraz $26°$) ***oraz*** zapisanie wniosku, że trójkąt ABC nie jest równoramienny.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia miar dowolnych dwóch kątów w trójkącie ABC
  LUB
- ustalenie, np. zapisanie na rysunku miar dowolnych dwóch kątów w trójkącie ABC,
  LUB
- zapisanie, że trójkąt ABC będzie równoramienny, jeżeli $|\sphericalangle BCA| = |\sphericalangle ABC|$ oraz że nie będzie równoramienny jeżeli $|\sphericalangle BCA| \neq |\sphericalangle ABC|$ (lub zapisy równoważne).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób
Kąty ECB i ABC to kąty naprzemianległe, zatem:

$$|\sphericalangle ABC| = 26°$$

Odcinek CD jest prostopadły do prostej k, zatem:

$$|\sphericalangle BCA| = 90° - 40° - 26° = 24°$$

Suma miar kątów w trójkącie ABC jest równa $180°$, więc:

$|\sphericalangle CAB| = 180° - 24° - 26° = 130°$

W trójkącie ABC nie można wskazać pary kątów o tej samej mierze, więc trójkąt ten nie jest równoramienny.

II sposób

Obliczymy miary kątów: CAD, CAB, BCA oraz ABC.

Odcinek CD jest prostopadły do prostej l, zatem:

$|\sphericalangle CDA| = 90°$

Skorzystamy z sumy miar kątów w trójkącie DAC:

$|\sphericalangle CAD| = 180° - 90° - 40° = 50°$

Skorzystamy z własności kątów przyległych:

$|\sphericalangle CAB| = 180° - 50° = 130°$

Odcinek CD jest prostopadły do prostej k, zatem:

$|\sphericalangle BCA| = 90° - 40° - 26° = 24°$

Skorzystamy z sumy miar kątów w trójkącie ABC:

$|\sphericalangle ABC| = 180° - 130° - 24° = 26°$

$|\sphericalangle BCA| \neq |\sphericalangle ABC|$, zatem trójkąt ABC nie jest równoramienny.

III sposób

Trójkąt ABC jest trójkątem rozwartokątnym, ponieważ $|\sphericalangle CAB| = 130°$, a zatem będzie on równoramienny, jeżeli $|\sphericalangle BCA| = |\sphericalangle ABC|$.

Natomiast jeżeli $|\sphericalangle BCA| \neq |\sphericalangle ABC|$ trójkąt ten nie będzie równoramienny.

Obliczymy miary $|\sphericalangle BCA|$ oraz $|\sphericalangle ABC|$:

$|\sphericalangle ABC| = 26°$ (kąt naprzemianległy do kąta ECB)

$|\sphericalangle BCA| = 90° - 40° - 26° = 24°$

$24° \neq 26°$

$|\sphericalangle BCA| \neq |\sphericalangle ABC|$, zatem trójkąt ABC nie jest równoramienny.

Zadanie 19. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**KLASY VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych. IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta […], trapezu […]. III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola trapezu, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką ($64\ \mathrm{cm}^2$).

2 punkty
- poprawny sposób obliczenia długości podstaw AB i CD trapezu $ABCD$
  LUB
- poprawny sposób obliczenia pola trójkąta AED ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości boku CD,
  LUB
- poprawny sposób obliczenia pola trójkąta AED ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości boku AB,
  LUB
- ustalenie długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej AD ***oraz*** zapisanie, zgodnie z przyjętymi oznaczeniami i z uwzględnieniem poprawnych zależności między długościami podstaw, wzoru na pole trapezu $ABCD$, np.

  $|AE| = |ED| = 8\ (\mathrm{cm})$ ***oraz***

  $P_{ABCD} = \frac{(3x + x)}{2} \cdot 8$, gdzie $3x$ oraz x oznaczają długości podstaw AB oraz CD trapezu $ABCD$

  albo

  $P_{ABCD} = \frac{8 \cdot 8}{2} + x \cdot 8$, gdzie x oznacza długość podstawy CD trapezu $ABCD$,

  albo

  $P_{ABCD} = 3x \cdot 8 - \frac{8 \cdot 8}{2}$, gdzie $3x$ oznacza długość podstawy AB trapezu $ABCD$.

1 punkt

- ustalenie długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej AD, np. zapisanie $|AE| = |ED| = 8\ (\mathrm{cm})$

  LUB
- zapisanie zgodnie z przyjętymi oznaczeniami wzoru na pole trapezu $ABCD$ z uwzględnieniem długości odcinka BC, np.

  $P_{ABCD} = \frac{(|AB| + |CD|)}{2} \cdot 8,$

  LUB
- zapisanie zgodnie z przyjętymi oznaczeniami, że pole trapezu $ABCD$ jest równe **sumie** pola trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej AD i pola prostokąta o bokach CB i CD z uwzględnieniem długości odcinka BC, np.

  $P_{ABCD} = \frac{|AE| \cdot |DE|}{2} + |CD| \cdot 8,$

  LUB
- zapisanie zgodnie z przyjętymi oznaczeniami, że pole trapezu $ABCD$ jest równe **różnicy** pola prostokąta o bokach AB i BC i pola trójkąta przystającego do trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej AD z uwzględnieniem długości odcinka BC, np.

  $P_{ABCD} = |AB| \cdot 8 - \frac{|AE| \cdot |DE|}{2}.$

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>Uwaga</u>
Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty

I sposób
Narysujemy wysokość DE trapezu $ABCD$.
Dzieli ona ten trapez na trójkąt AED oraz prostokąt $EBCD$. Oznaczymy bok CD jako x.
Zauważymy, że:

$$|EB| = |CD| = x$$

$$|AB| = 3x$$

Zatem

$$|AE| = 2x$$

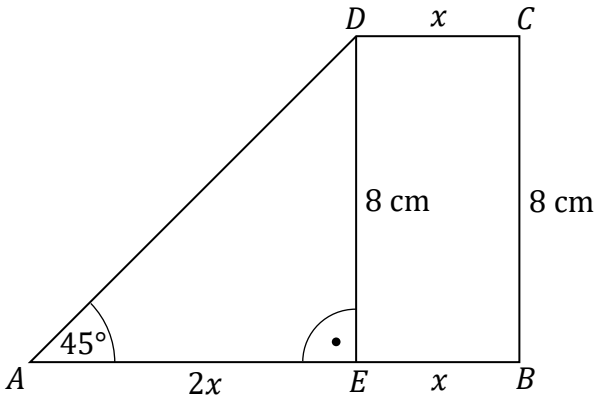
Trójkąt AED jest równoramienny, więc:

$$|AE| = |ED| = 8\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy długość boku trapezu oznaczoną niewiadomą x:

$$|AE| = 2x = 8\ (\mathrm{cm})$$

$$2x = 8$$



$x = 4\ (\text{cm})$

Obliczymy długość boku AB:

$|AB| = 8 + 4 = 12\ (\text{cm})$

Zatem podstawy trapezu $ABCD$ mają długości:

$|CD| = 4\ (\text{cm})$

$|AB| = 12\ (\text{cm})$

Obliczymy pole trapezu $ABCD$:

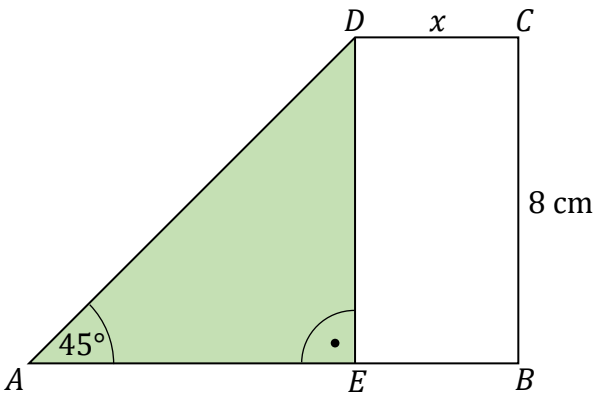
$$P_{ABCD} = \frac{(4+12)}{2} \cdot 8 = \frac{16}{2} \cdot 8 = 64\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $64\ \text{cm}^2$.

II sposób

Zauważymy, że trójkąt AED jest równoramienny, zatem

$|AE| = |ED| = 8\ (\text{cm})$



Obliczymy pole trójkąta AED:

$$P_{AED} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy długość boku AB:

$|EB| = |CD| = x$

$|AB| = 3x$ oraz $|AB| = 8 + x$

$3x = 8 + x$

$x = 4$

Obliczymy pole prostokąta $EBCD$:

$P_{EBCD} = 4 \cdot 8 = 32\ (\text{cm}^2)$

Obliczymy pole trapezu $ABCD$ jako sumę pola trójkąta AED oraz pola prostokąta $EBCD$:

$P_{ABCD} = 32 + 32 = 64\ (\text{cm}^2)$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $64\ \text{cm}^2$.

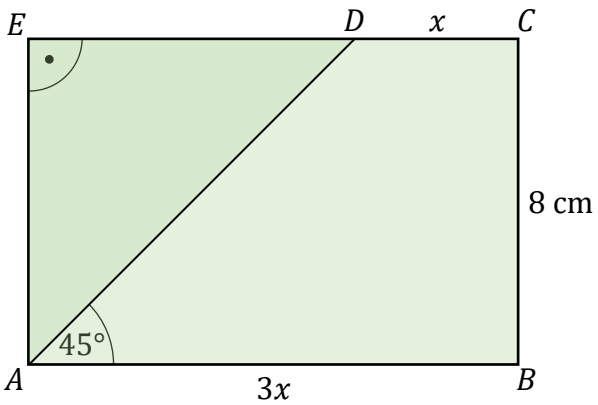
III sposób

Zauważymy, że

$|AE| = |BC| = 8\ (\text{cm})$

oraz trójkąt ADE jest równoramienny, zatem

$|AE| = |ED| = 8\ (\text{cm})$



Obliczymy pole trójkąta AED:

$$P_{AED} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy długość boku EC:

$|DC| = x$

$|EC| = 3x$ oraz $|EC| = 8 + x$

$3x = 8 + x$

$x = 4$

$|EC| = 8 + 4 = 12\ (\mathrm{cm})$

Obliczymy pole prostokąta $ABCE$:

$P_{ABCE} = 12 \cdot 8 = 96\ (\mathrm{cm}^2)$

Obliczymy pole trapezu $ABCD$ jako różnicę pola prostokąta $ABCE$ i pola trójkąta ADE

$P_{ABCD} = 96 - 32 = 64\ (\mathrm{cm}^2)$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $64\ \mathrm{cm}^2$.

Zadanie 20. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	**KLASY VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości […] graniastosłupów prostych, prawidłowych, i takich które nie są prawidłowe […]. VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką ($390\ \mathrm{cm}^3$).

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi największej ściany bocznej ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości dłuższej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego, tzn. poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie $a = \sqrt{169}$ ***oraz*** $5^2 + x^2 = \left(\sqrt{169}\right)^2$, gdzie x oznacza długość dłuższej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego

  LUB
- zapisanie, np. na rysunku, że długość krawędzi największej ściany bocznej (lub wysokość) graniastosłupa jest równa $13\ \mathrm{cm}$ ***oraz*** że długość dłuższej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego jest równa $12\ \mathrm{cm}$ bez przedstawienia sposobu ich obliczenia.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi największej ściany bocznej (lub wysokości) graniastosłupa
  LUB
- zapisanie, np. na rysunku, że długość krawędzi największej ściany bocznej (lub wysokość) graniastosłupa jest równa $13\ \mathrm{cm}$ bez przedstawienia sposobu jej obliczenia,
  LUB
- zapisanie, zgodnie z przyjętymi oznaczeniami, poprawnej zależności między długościami krawędzi podstawy graniastosłupa wynikającej z twierdzenia Pitagorasa z uwzględnieniem długości najkrótszej krawędzi podstawy , np.
  $5^2 + x^2 = a^2$, gdzie: x oznacza długość dłuższej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego
  a oznacza długość przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

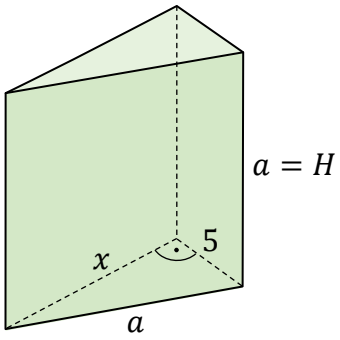
<u>Uwagi</u>

1. Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.
2. Jeżeli uczeń niepoprawnie zidentyfikuje największą ścianę boczną graniastosłupa i konsekwentnie doprowadzi rozwiązanie zadania do końca bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty

Oznaczymy długość krawędzi największej ściany bocznej graniastosłupa jako a.
Obliczymy długość krawędzi największej ściany bocznej graniastosłupa:

$$P = a^2$$
$$P = 169\ \mathrm{cm}^2$$
$$a^2 = 169$$
$$a = \sqrt{169}$$
$$a = 13\ (\mathrm{cm})$$



Zauważymy, że długość krawędzi największej ściany bocznej jest przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego w podstawie graniastosłupa oraz jest wysokością graniastosłupa:

$$a = H$$
$$H = 13\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy długość trzeciej krawędzi podstawy graniastosłupa, czyli dłuższej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego. Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa:

$$5^2 + x^2 = 13^2$$
$$25 + x^2 = 169$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy objętość graniastosłupa:

$$V = P_p \cdot H$$

$$V = \frac{12 \cdot 5}{2} \cdot 13 = 390\ (\mathrm{cm}^3)$$

Odpowiedź: Objętość tego graniastosłupa jest równa $390\ \mathrm{cm}^3$.