CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

| | |
|---|---|
| *Rodzaj dokumentu:* | **Zasady oceniania rozwiązań zadań** |
| *Egzamin:* | **Egzamin ósmoklasisty** |
| *Przedmiot:* | **Matematyka** |
| *Formy arkusza:* | OMAP-100-2505 (wersje arkusza X i Y)<br>OMAP-200-2505<br>OMAP-400-2505<br>OMAP-C00-2505<br>OMAP-K00-2505<br>OMAU-C00-2505 |
| *Termin egzaminu:* | 14 maja 2025 r. |
| *Data publikacji dokumentu:* | 20 czerwca 2025 r. |

## Zadanie 1. (0–1)

| Podstawa programowa[1] | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY VII i VIII**<br>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>3) oblicza, jaki procent danej liczby $b$ stanowi liczba $a$.<br>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) interpretuje dane przedstawione za pomocą […] diagramów słupkowych […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
BD

**Rozwiązanie – wersja Y[2]**
AC

## Zadanie 2. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | **KLASY IV–VI**<br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych […] z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
C

**Rozwiązanie – wersja Y**
C

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).
[2] Odpowiedzi w wersji Y dotyczą wyłącznie arkusza OMAP-100-2505.

## Zadanie 3. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | **KLASY IV–VI**<br>II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:<br>15) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby $a$ przez liczbę $b$ […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
B

**Rozwiązanie – wersja Y**
C

## Zadanie 4. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY VII i VIII**<br>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
BC

**Rozwiązanie – wersja Y**
BD

## Zadanie 5. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY VII i VIII**<br>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
A

**Rozwiązanie – wersja Y**
B

## Zadanie 6. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY VII i VIII**<br>III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń:<br>3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
A

**Rozwiązanie – wersja Y**
D

## Zadanie 7. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | **KLASY IV–VI**<br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych […], także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań […].<br>**KLASY VII i VIII**<br>II. Pierwiastki. Uczeń:<br>1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
FF

**Rozwiązanie – wersja Y**
FF

## Zadanie 8. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY VII i VIII**<br>I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:<br>2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;<br>4) podnosi potęgę do potęgi. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
D

**Rozwiązanie – wersja Y**
A

## Zadanie 9. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY IV–VI**<br>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>9) w sytuacji praktycznej oblicza: […] czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
B

**Rozwiązanie – wersja Y**
A

## Zadanie 10. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY VII i VIII**<br>XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:<br>2) przeprowadza proste doświadczenia losowe […] analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
D

**Rozwiązanie – wersja Y**
D

## Zadanie 11. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>3) oblicza pola: trójkąta […] przedstawion[ego] na rysunku […].<br>**KLASY VII i VIII**<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
PP

**Rozwiązanie – wersja Y**
PP

## Zadanie 12. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY IV–VI**<br>III. Liczby całkowite. Uczeń:<br>2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;<br>5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
FP

**Rozwiązanie – wersja Y**
PF

## Zadanie 13. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY IV–VI**<br>IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:<br>5) zna najważniejsze własności kwadratu […], rombu […], trapezu […].<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
A

**Rozwiązanie – wersja Y**
D

## Zadanie 14. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY IV–VI**<br>IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:<br>5) zna najważniejsze własności […] równoległoboku [...].<br>**KLASY VII i VIII**<br>X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
C

**Rozwiązanie – wersja Y**
B

## Zadanie 15. (0−1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>6) oblicza […] pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**
D

**Rozwiązanie – wersja Y**
A

## ZADANIA OTWARTE

### Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16–21 uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe, wynikające np. z graficznego podobieństwa cyfr)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.$^{\circ}\mathrm{C}$ – $\mathrm{OC}$)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

## Zadanie 16. (0–2)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu. | **KLASY IV–VI**<br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>1) dodaje, odejmuje […] ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane.<br>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób uzasadnienia, że trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka zwykłego o liczniku 1, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $\left(\frac{1}{10}\right)$.

**1 punkt**
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.
  $\frac{7}{15}-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)$
  *LUB*
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.
  $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+x=\frac{7}{15}$,
  *LUB*
- zapisanie równości
  $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{3}{30}=\frac{7}{15}$ albo $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}=\frac{7}{15}$
  bez uzasadnienia (obliczeń).

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**

**I sposób**
Obliczymy trzeci składnik sumy:

$$\frac{7}{15}-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)=\frac{14}{30}-\frac{11}{30}=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$$

Trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka $\frac{1}{10}$, który spełnia warunki zadania.

**II sposób**

Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+x=\frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{30}+x=\frac{14}{30}$$

$$x=\frac{3}{30}$$

$$x=\frac{1}{10}$$

Trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka $\frac{1}{10}$, który spełnia warunki zadania.

## Zadanie 17. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY VII i VIII**<br>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […]. |

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**

- poprawny sposób obliczenia liczby plakatów Basi, Marka i Andrzeja, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowe wyniki liczbowe (Basia: $42$, Marek: $14$, Andrzej: $70$)
  *LUB*
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów trzech liczb, wśród których **jest** prawidłowy zestaw liczb plakatów ($42$, $14$, $70$), prawidłowe obliczenia ***oraz*** wskazanie spośród nich rozwiązania (Basia: $42$, Marek: $14$, Andrzej: $70$),
  *LUB*
- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja ***oraz*** między łączną liczbą plakatów Marka i Andrzeja a liczbą plakatów Basi ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (Basia: $42$, Marek: $14$, Andrzej: $70$).

**2 punkty**

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby plakatów Basi lub Marka, lub Andrzeja, np.
  $b+28+\frac{b}{3}=2b$ (lub zapisy równoważne)
  *LUB*

- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja ***oraz*** poprawnych zależności między łączną liczbą plakatów Marka i Andrzeja a liczbą plakatów Basi.

**1 punkt**

- zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych **tej samej zmiennej**, opisujących liczbę plakatów Basi, Marka i Andrzeja zgodnie z warunkami zadania, np.
  $b$ – liczba plakatów Basi
  ***oraz***
  $b + 28$ – liczba plakatów Andrzeja
  ***oraz***
  $\frac{b}{3}$ – liczba plakatów Marka (lub zapisy równoważne)
  *LUB*
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów trzech liczb plakatów (Basi, Marka i Andrzeja), wśród których **nie ma** prawidłowego zestawu liczb plakatów $(42, 14, 70)$,
  *LUB*
- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja.

**0 punktów**

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**<u>Uwagi</u>**

1. Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla jednego zestawu trzech liczb plakatów (Basia: $42$, Marek: $14$, Andrzej: $70$) ***oraz***
   a) nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.
   b) popełnia błędy rachunkowe, to otrzymuje 0 punktów.
2. Jeżeli uczeń w całym rozwiązaniu zadania posługuje się wyłącznie przybliżeniami ułamków zwykłych, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.
3. Jeżeli uczeń zapisuje poprawne wyrażenia algebraiczne tej samej zmiennej opisujące liczbę plakatów, ale zamienia ze sobą imiona przyjaciół, doprowadza rozwiązanie zadania do końca
   a) bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
   b) z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

**I sposób**

$b$ – liczba plakatów Basi

$b + 28$ – liczba plakatów Andrzeja

$\frac{b}{3}$ – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie wynikające z warunków zadania i obliczymy liczbę plakatów Basi:

$$b + 28 + \frac{b}{3} = 2b$$

$$\frac{2}{3}b = 28$$

$$b = 42$$

Obliczymy liczbę plakatów Marka:

$$\frac{b}{3} = \frac{42}{3} = 14$$

Obliczymy liczbę plakatów Andrzeja:

$$b + 28 = 42 + 28 = 70$$

Odpowiedź: Basia ma $42$ plakaty, Marek ma $14$ plakatów, Andrzej ma $70$ plakatów.

**II sposób**

$a$ – liczba plakatów Andrzeja

$a - 28$ – liczba plakatów Basi

$\frac{a-28}{3}$ – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Andrzeja:

$$a + \frac{a-28}{3} = 2(a-28)$$

$$3a + a - 28 = 6a - 168$$

$$a = 70$$

Obliczymy liczbę plakatów Basi, a następnie obliczymy liczbę plakatów Marka:

$$a - 28 = 70 - 28 = 42$$

$$\frac{a-28}{3} = \frac{70-28}{3} = 14$$

Odpowiedź: Basia ma $42$ plakaty, Marek ma $14$ plakatów, Andrzej ma $70$ plakatów.

**III sposób**

$m$ – liczba plakatów Marka

$3m$ – liczba plakatów Basi

$3m + 28$ – liczba plakatów Andrzeja

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Marka, a następnie liczbę plakatów Basi i Andrzeja:

$$3m + 28 + m = 6m$$

$$2m = 28$$

$$m = 14$$

$$3m = 42$$

$$3m + 28 = 42 + 28 = 70$$

Odpowiedź: Basia ma $42$ plakaty, Marek ma $14$ plakatów, Andrzej ma $70$ plakatów.

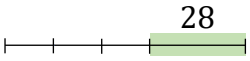
**IV sposób**
Metoda prób i błędów.

| Liczba plakatów | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Basia | Andrzej o 28 więcej niż Basia | Marek 3 razy mniej niż Basia | Marek i Andrzej łącznie | 2 razy więcej niż Basia | Sprawdzenie |
| 30 | 58 | 10 | 68 | 60 | $68 \neq 60$ |
| 36 | 64 | 12 | 76 | 72 | $76 \neq 72$ |
| 48 | 76 | 16 | 92 | 96 | $92 \neq 96$ |
| **42** | **70** | **14** | **84** | **84** | $\mathbf{84 = 84}$ |

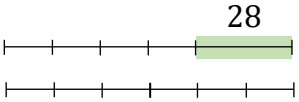
Odpowiedź: Basia ma $42$ plakaty, Marek ma $14$ plakatów, Andrzej ma $70$ plakatów.

**V sposób**
Sposób graficzny:

Marek ma $1$ część:
Basia ma $3$ części:
Andrzej ma o $28$ plakatów więcej od Basi:




Andrzej i Marek mają łącznie $2$ razy więcej plakatów od Basi:




Stąd wynika, że $28$ plakatów stanowią $2$ części, czyli $1$ część stanowi $14$ plakatów.

Zatem Basia ma $42$ plakaty, Marek ma $14$ plakatów, Andrzej ma $70$ plakatów.

## Zadanie 18. (0–2)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY IV–VI**<br>VIII. Kąty. Uczeń:<br>6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.<br>IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:<br>3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;<br>5) zna najważniejsze własności […] równoległoboku i trapezu […].<br>**KLASY VII i VIII**<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia miar trzech kątów trapezu $ABCD$ ***oraz*** zapisanie prawidłowych wartości liczbowych $(|\measuredangle DAB| = 75°, |\measuredangle BCD| = 132°, |\measuredangle CDA| = 105°)$.

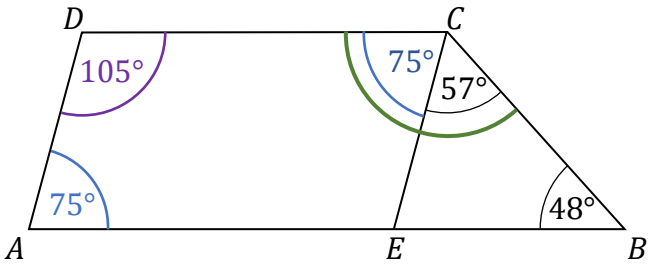
**1 punkt**
- poprawny sposób obliczenia miar dwóch kątów trapezu $ABCD$
  *LUB*
- ustalenie miar dwóch kątów trapezu $ABCD$ bez podania sposobu ich obliczenia, np. zapisanie na rysunku.

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**

**I sposób**
Obliczymy miarę kąta wewnętrznego $BCD$ trapezu $ABCD$. Wykorzystamy własność, że suma miar kątów wewnętrznych przy jednym ramieniu trapezu jest równa $180°$.

$$180° - 48° = 132°$$




Obliczymy miarę kąta wewnętrznego $ECD$ równoległoboku $AECD$:

$$132° - 57° = 75°$$

Kąt wewnętrzny $DAE$ $(DAB)$ ma także miarę równą $75°$.

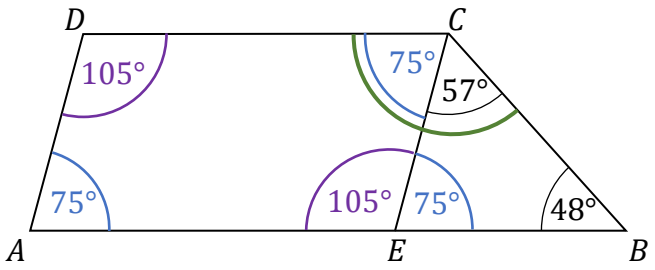
Obliczymy miarę kąta wewnętrznego $CDA$ trapezu $ABCD$:

$$180° - 75° = 105°$$

Odpowiedź: Kąty trapezu $ABCD$ mają miary:

$$|\measuredangle DAB| = 75°, |\measuredangle BCD| = 132°, |\measuredangle CDA| = 105°.$$

**II sposób**




Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa $180°$, zatem:

$$|\measuredangle CEB| = 180° - 48° - 57° = 75°$$

Skoro

$$|\measuredangle CEB| + |\measuredangle AEC| = 180°, \text{ to } |\measuredangle AEC| = 180° - 75° = 105°$$

Kąty $AEC$ i $CDA$ są równe, więc $|\measuredangle CDA| = 105°$.

Skoro

$$|\measuredangle CDA| + |\measuredangle DAE| = 180°, \text{ to } |\measuredangle DAE| = 180° - 105° = 75°.$$

Kąty $DAE$ i $ECD$ są równe, więc $|\measuredangle BCD| = 75° + 57° = 132°$.

Odpowiedź: Kąty trapezu $ABCD$ mają miary:

$$|\measuredangle DAB| = 75°, |\measuredangle BCD| = 132°, |\measuredangle CDA| = 105°.$$

**III sposób**

Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa $180°$, zatem:

$$|\measuredangle CEB| = 180° - 48° - 57° = 75°$$

Kąty $CEB$ i $ECD$ są naprzemianległe, zatem:

$$|\measuredangle CEB| = |\measuredangle ECD| = 75°$$

Ponadto:
kąty $ECD$ i $DAE$ $(DAB)$ są równe, więc

$$|\measuredangle ECD| = |\measuredangle DAE| = 75°$$

Obliczymy miarę kąta $BCD$:

$$|\measuredangle BCD| = 57° + 75° = 132°$$

Skoro

$$|\measuredangle AEC| + |\measuredangle ECD| = 180°, \text{ to } |\measuredangle AEC| = 180° - 75° = 105°.$$

Kąty $AEC$ i $CDA$ są równe, więc

$$|\measuredangle CDA| = 105°$$

Odpowiedź: Kąty trapezu $ABCD$ mają miary:

$$|\measuredangle DAB| = 75°, |\measuredangle BCD| = 132°, |\measuredangle CDA| = 105°.$$

## Zadanie 19. (0–2)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>3) oblicza pola: […] kwadratu, prostokąta, […] w sytuacjach praktycznych […].<br>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**

- poprawny sposób obliczenia, ile razy pole dużej tablicy jest większe od pola małej tablicy, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $(6$ razy$)$
  *LUB*
- ustalenie poprawnych zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu ***oraz*** ustalenie (na podstawie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur na rysunku lub na podstawie prawidłowego działania arytmetycznego), że pole dużej tablicy jest $6$ razy większe od pola małej tablicy.

**1 punkt**

- poprawny sposób obliczenia **długości boku małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości ***oraz*** poprawny sposób obliczenia **pola dużej prostokątnej** tablicy w rzeczywistości
  *LUB*
- poprawny sposób obliczenia **długości boku małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości ***oraz*** poprawny sposób obliczenia **pola małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości,
  *LUB*
- poprawny sposób obliczenia **długości boków dużej prostokątnej** tablicy na rysunku w skali $1:20$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia **pola małej kwadratowej** tablicy narysowanej w skali $1:20$,
  *LUB*
- poprawny sposób obliczenia **długości boków dużej prostokątnej** tablicy na rysunku w skali $1:20$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia **pola dużej prostokątnej** tablicy narysowanej w skali $1:20$,
  *LUB*
- poprawny sposób ustalenia zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu, np. zapisanie:
  $240 : 60$ ***oraz*** $90 : 60$
  albo
  $12 : 3$ ***oraz*** $4{,}5 : 3$
  *LUB*

- narysowanie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur: kwadratu oraz prostokąta, którego długość krótszego boku stanowi $1{,}5$ długości boku kwadratu, a długość drugiego boku prostokąta jest $4$ razy większa od długości boku kwadratu.

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Uwagi**
1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Jeżeli uczeń poprawnie obliczy pola obu tablic w wymiarach rzeczywistych albo w skali $1:20$, a następnie proporcjonalnie zmniejszy lub zwiększy te pola ***oraz*** obliczy ich iloraz bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**

**I sposób**
Obliczymy długość boku małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3\text{ cm} \cdot 20 = 60\text{ cm}$$

Obliczymy pole małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{małej\ tablicy} = 60\text{ cm} \cdot 60\text{ cm} = 3\,600\text{ cm}^2$$

Obliczymy pole dużej prostokątnej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{dużej\ tablicy} = 240\text{ cm} \cdot 90\text{ cm} = 21\,600\text{ cm}^2$$

Obliczymy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{dużej\ tablicy}}{P_{małej\ tablicy}} = \frac{21\,600\text{ cm}^2}{3\,600\text{ cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest $6$ razy większe od pola małej tablicy.

**II sposób**
Obliczymy długości boków dużej prostokątnej tablicy na rysunku w skali $1:20$:

$$240\text{ cm} : 20 = 12\text{ cm}$$

$$90\text{ cm} : 20 = 4{,}5\text{ cm}$$

Obliczymy pole dużej prostokątnej tablicy na rysunku w skali $1:20$:

$$P_{rysunku\ dużej\ tablicy} = 12\text{ cm} \cdot 4{,}5\text{ cm} = 54\text{ cm}^2$$

Obliczymy pole małej kwadratowej tablicy na rysunku w skali $1:20$:

$$P_{rysunku\ małej\ tablicy} = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 9\text{ cm}^2$$

Obliczymy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{dużej\ tablicy}}{P_{małej\ tablicy}} = \frac{P_{rysunku\ dużej\ tablicy}}{P_{rysunku\ małej\ tablicy}} = \frac{54\ \text{cm}^2}{9\ \text{cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest $6$ razy większe od pola małej tablicy.

**III sposób**

Obliczymy długość boku małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3\ \text{cm} \cdot 20 = 60\ \text{cm}$$

Obliczymy stosunek długości boków prostokątnej tablicy do długości boku kwadratowej tablicy:

$$240\ \text{cm} : 60\ \text{cm} = 4$$

$$90\ \text{cm} : 60\ \text{cm} = 1{,}5$$

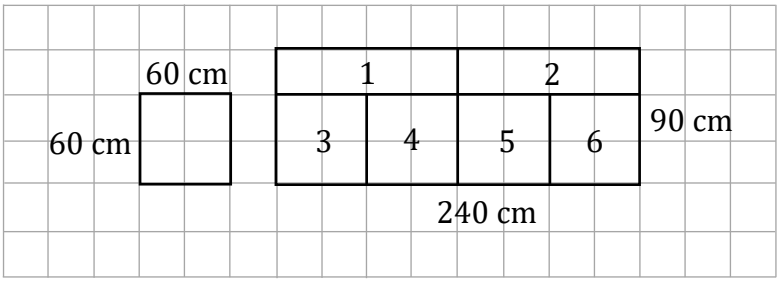
Obliczymy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$4 \cdot 1{,}5 = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest $6$ razy większe od pola małej tablicy.

**IV sposób**

Sposób graficzny:




Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest $6$ razy większe od pola małej tablicy.

## Zadanie 20. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, […] w sytuacjach praktycznych […];<br>5) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów […].<br>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka. |

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia pola czworokąta $AECF$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką $(105\ \mathrm{cm}^2)$.

**2 punkty**
- poprawny sposób obliczenia pola czworokąta $AECF$, np. zapisanie
  $P_{AECF} = 15^2 - \frac{[2\cdot(15:5)]\cdot 15}{2} - \frac{[2\cdot(15:3)]\cdot 15}{2}$
  albo
  $P_{AECF} = \frac{[3\cdot(15:5)]\cdot 15}{2} + \frac{(15:3)\cdot 15}{2}$,
  albo
  $P_{AECF} = \frac{(15+15:3)\cdot 15}{2} - \frac{[2\cdot(15:5)]\cdot 15}{2}$
  *LUB*
- poprawny sposób obliczenia, jaką częścią pola kwadratu $ABCD$ jest pole czworokąta $AECF$.

**1 punkt**
- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trójkątów $ABE$, $ADF$, $AEC$, $ACF$, np.
  $P_{ABE} = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 2\cdot(15:5)$ lub $P_{ADF} = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 2\cdot(15:3)$ lub
  $P_{AEC} = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 3\cdot(15:5)$ lub $P_{ACF} = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot(15:3)$
  *LUB*
- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trapezów $ABCF$, $AECD$, np. zapisanie
  $P_{ABCF} = \frac{1}{2}\cdot[15+(15:3)]\cdot 15$ lub $P_{AECD} = \frac{1}{2}\cdot\left[15+\left(3\cdot(15:5)\right)\right]\cdot 15$,
  *LUB*
- poprawny sposób wyznaczenia, jaką częścią pola kwadratu $ABCD$ jest pole jednego z trójkątów $ABE$, $ADF$, $AEC$, $ACF$,
  *LUB*
- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ i sumy pól trójkątów $ABE$ i $ADF$ z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.
  $P_{AECF} = 15^2 - \frac{1}{2}\cdot 15\cdot|BE| - \frac{1}{2}\cdot 15\cdot|DF|$ (lub zapisy równoważne),
  *LUB*
- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola trapezu $ABCF$ i pola trójkąta $ABE$ z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.
  $P_{AECF} = \frac{1}{2}\cdot(15+|FC|)\cdot 15 - \frac{1}{2}\cdot 15\cdot|BE|$ (lub zapisy równoważne),
  *LUB*

- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest sumą pola trójkąta $AEC$ i pola trójkąta $ACF$ z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.
  $P_{AECF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |EC| + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |CF|$ (lub zapisy równoważne).

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Uwagi**
1. Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.
2. Nie akceptuje się rozwiązań zadania opartych na pomiarze, np. linijką.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

**I sposób**
Obliczymy pole trójkąta $ABE$:

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta $ADF$:

$$|AD| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|DF| = 2 \cdot (15 : 3) = 10 \text{ (cm)}$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot |AD| \cdot |DF|$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10 = 75 \text{ (cm}^2\text{)}$$

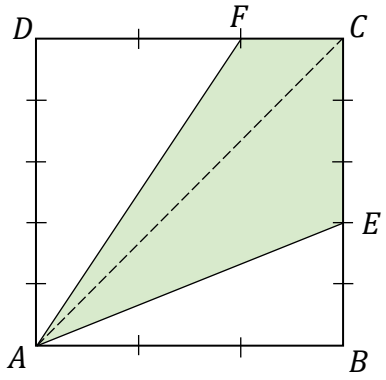
Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ i pól trójkątów $ABE$ i $ADF$:

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

$$P_{AECF} = 225 - 45 - 75 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe $105 \text{ cm}^2$.

**II sposób**




Obliczymy pole trójkąta $AEC$:

$$|AB| = 15\ (\text{cm})$$

$$|EC| = 3 \cdot (15 : 5) = 9\ (\text{cm})$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot |EC| \cdot |AB|$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 15 = 67{,}5\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy pole trójkąta $ACF$:

$$|AD| = 15\ (\text{cm})$$

$$|CF| = 15 : 3 = 5\ (\text{cm})$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot |CF| \cdot |AD|$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 = 37{,}5\ (\text{cm}^2)$$

Pole czworokąta $AECF$ jest sumą pól trójkątów $AEC$ i $ACF$.

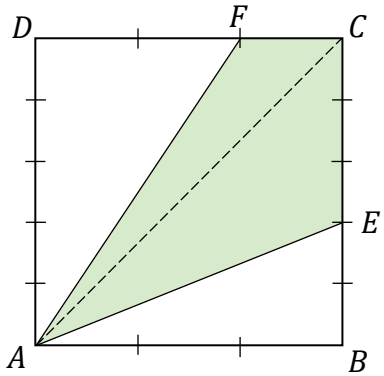
Obliczymy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = 67{,}5 + 37{,}5 = 105\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe $105\ \text{cm}^2$.

**III sposób**




Obliczymy, jaką część pola kwadratu $ABCD$ stanowią pola trójkątów $AEC$ i $ACF$. Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{AEC} = \frac{3}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{3}{10} P_{ABCD}$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{3} \cdot P_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

Obliczymy pole czworokąta $AECF$:

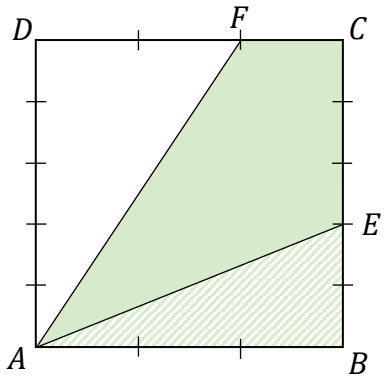
$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = \frac{3}{10} P_{ABCD} + \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe $105\ \text{cm}^2$.

## IV sposób




Obliczymy długość podstawy $FC$ trapezu $ABCF$:

$$|FC| = 15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole trapezu $ABCF$:

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BC| = 15 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (|AB| + |FC|) \cdot |BC|$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (15 + 5) \cdot 15 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta $ABE$:

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola trapezu $ABCF$ i pola trójkąta prostokątnego $ABE$:

$$P_{AECF} = P_{ABCF} - P_{ABE}$$

$$P_{AECF} = 150 - 45 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe $105 \text{ cm}^2$.

## V sposób

Obliczymy, jaką część pola kwadratu $ABCD$ stanową pola trójkątów $ABE$ i $ADF$. Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{ABE} = \frac{2}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{5} P_{ABCD}$$

$$P_{ADF} = \frac{2}{3} \cdot P_{ACD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ oraz pól trójkątów $ABE$ i $ADF$:

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

Obliczymy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - \frac{1}{5} P_{ABCD} - \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe $105 \text{ cm}^2$.

## Zadanie 21. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | **KLASY VII i VIII**<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).<br>IX. Wielokąty. Uczeń:<br>2) stosuje wzory na pole trójkąta […], a także do wyznaczania długości odcinków […].<br>XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:<br>1) rozpoznaje […] ostrosłupy […] prawidłowe. |

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką długości ($132\ \text{cm}$).

**2 punkty**
- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie

  $108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)$ ***oraz*** $12^2 + \left[\frac{1}{2} \cdot 108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)\right]^2 = c^2$

  gdzie $c$ jest długością krawędzi bocznej ostrosłupa (lub zapisy równoważne)

  *LUB*
- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy ($18\ \text{cm}$) ***oraz*** ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi bocznej ostrosłupa bez przedstawienia sposobu jej obliczenia ($15\ \text{cm}$), np. zapisanie

  $108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right) = 18$ ***oraz*** $c = 15$

  gdzie $c$ jest długością krawędzi bocznej ostrosłupa (lub zapisy równoważne).

**1 punkt**
- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ostrosłupa, tzn. zapisanie równania z jedną niewiadomą lub wyrażeń arytmetycznych z wykorzystaniem wzoru na pole trójkąta z uwzględnieniem wszystkich danych liczbowych (pola powierzchni jednej ściany bocznej i wysokości ściany bocznej), np.

  $108 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 12$ gdzie $a$ jest długością krawędzi podstawy ostrosłupa

  albo

  $108 : \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)$

*LUB*

- zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do wyznaczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli zapisanie zgodnie z przyjętymi oznaczeniami poprawnej zależności między wysokością ściany bocznej a połową długości krawędzi podstawy ostrosłupa oraz długością krawędzi bocznej ostrosłupa, np.

  $12^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = c^2$

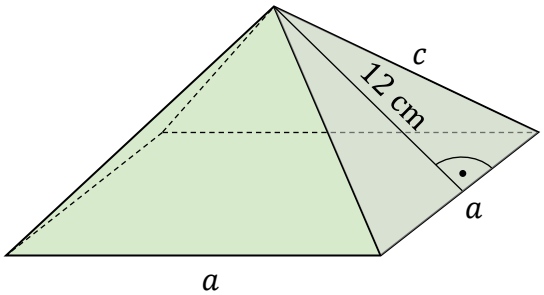
  gdzie: $a$ jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi podstawy ***oraz***
  $c$ jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi bocznej ostrosłupa
  (lub zapisy równoważne).

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**<u>Uwagi</u>**
1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Jeżeli uczeń ustala długość krawędzi podstawy ($18$ cm) i długość krawędzi bocznej ($15$ cm), np. zapisuje na rysunku bez przedstawienia sposobów ich obliczenia ***oraz*** **przedstawia poprawny sposób** obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa ***oraz*** doprowadza rozwiązanie zadania do końca bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.

**Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty**

Oznaczymy na rysunku długość krawędzi podstawy ostrosłupa jako $a$ oraz długość krawędzi bocznej jako $c$.




Obliczymy długość krawędzi podstawy ostrosłupa:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 12$$
$$108 = a \cdot 6$$
$$a = 18 \text{ (cm)}$$

Obliczymy długość krawędzi bocznej ostrosłupa z twierdzenia Pitagorasa:

$$c^2 = 12^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$
$$c^2 = 12^2 + 9^2$$
$$c^2 = 225$$
$$c = \sqrt{225}$$
$$c = 15$$

Obliczymy sumę długości wszystkich krawędzi ostrosłupa:

$$4 \cdot a + 4 \cdot c = 4 \cdot 18 + 4 \cdot 15 = 132 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa jest równa $132$ cm.